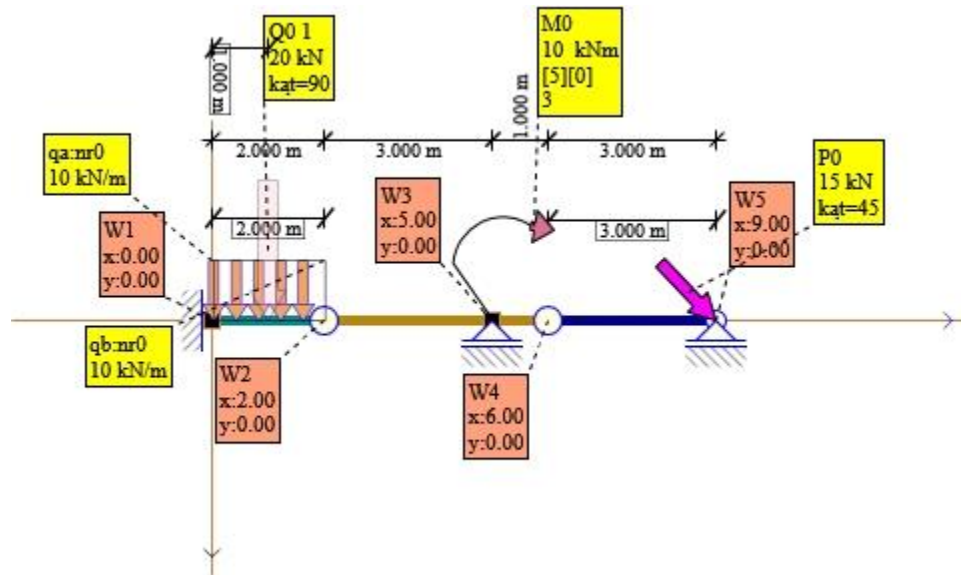




1. Stan P - obciążenie mpq

Dla danego układu statycznego wyznaczyć MTN



Rys. Schemat układu

2. Ustalenie stopnia statycznej niewyznaczalności układu SSN

Liczba tarcz: $T=3$

Więzi podporowe: $P=5$

Przeguby sprowadzone: węzłowe $R0=2$, dołączone $R1=0$

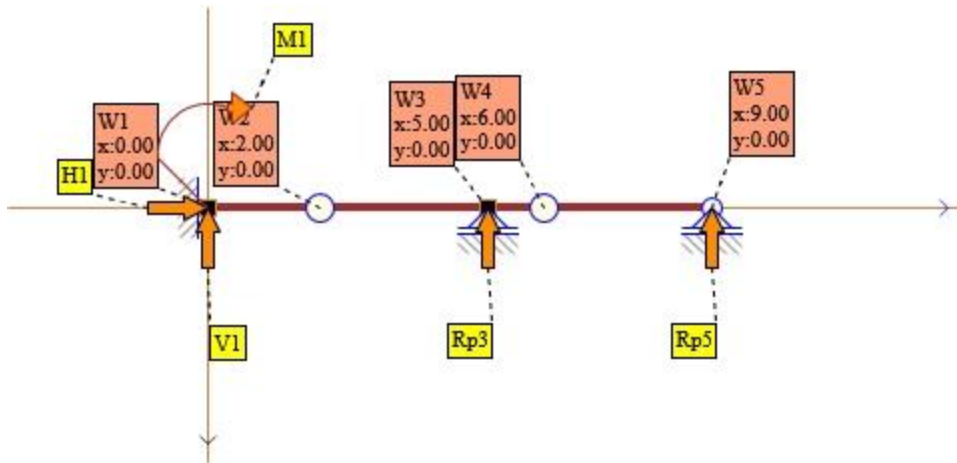
Pola zamknięte sprowadzone: $Pz=3 \cdot (0-1)=-3$

Połączenie wewnętrzne teleskopowe typu łyżwa: $St\uparrow=0$

Połączenie wewnętrzne teleskopowe typu tuleja: $St\downarrow=0$

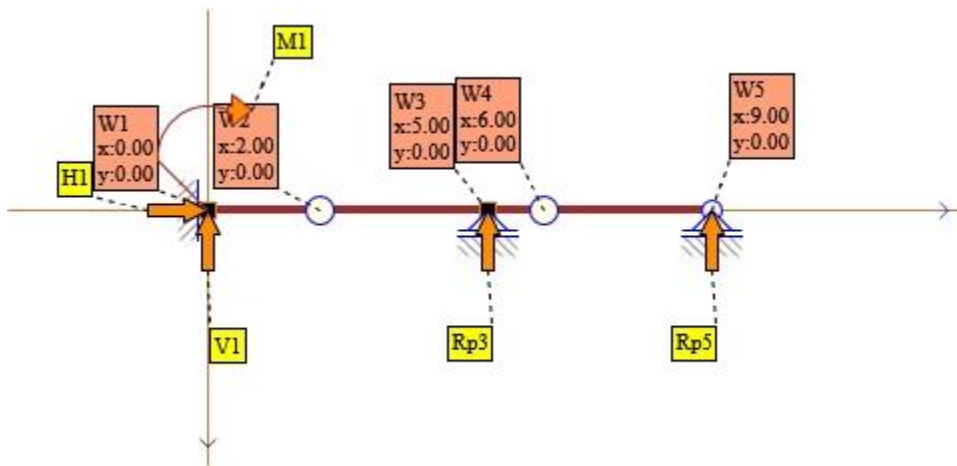
Wzór ogólny $SSN=-P+R0+R1+St\uparrow+St\downarrow-Pz$

$SSN=-5+2+0+0+0-(-3)=0$ statycznie wyznaczalny



Rys. Reakcje układu do policzenia

3. Podział układu na elementy obliczeniowe



Rys. Reakcje układu podstawowego do policzenia

Reakcje do obliczenia : 5

Dla 5 reakcji należy ułożyć 5 układów równań

Podstawowe układy równań to:

$$\Sigma M = 0$$

$$\Sigma X = 0$$

$$\Sigma Y = 0$$

Dodatkowe układy równań otrzymamy dla zależności, że suma momentów w przegubie dla części odciętej równa się zero. Przegub jest punktem podziału układu na dwie części. Każda z tych części spełnia ten warunek.

Moment statyczny względem węzła Nr. W2 (w)[0] [2,0], skład prętów części odciętej: 1-2

$$\Sigma = Q_{0y} \cdot (1-2) \cdot \sin(90) + V_1 \cdot (2-0) + H_1 \cdot (0-0) +$$

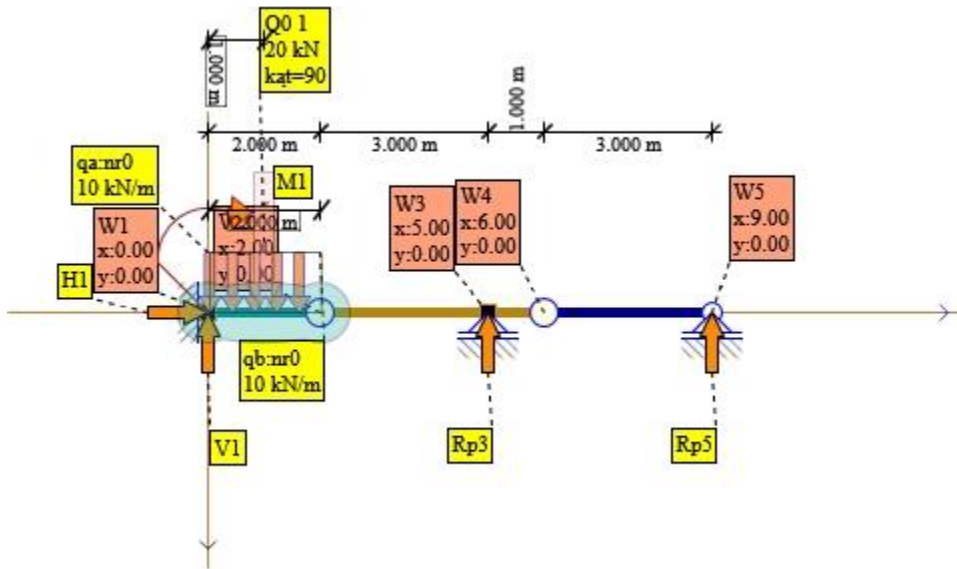


$$+M_1 = 0$$

$$\Sigma = 20 \cdot (1-2) \cdot \sin(90) + V_1 \cdot 2 + H_1 \cdot 0 + M_1 = 0$$

$$\Sigma = 20 \cdot (-1) \cdot 1 + V_1 \cdot 2 + M_1 = 0$$

$$\Sigma = (-20) + V_1 \cdot 2 + M_1 = 0$$



Rys. Podział W 2 (w)[0]

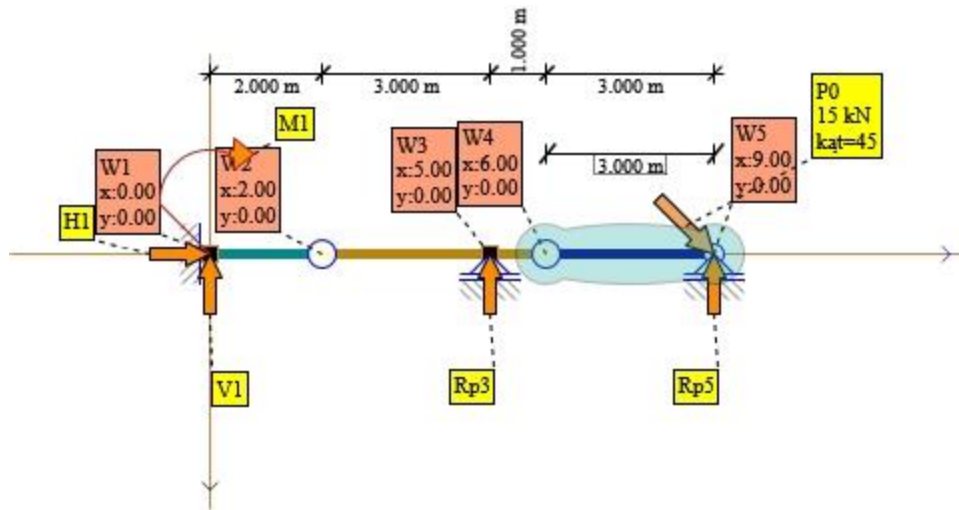
Moment statyczny względem węzła Nr. W4 (w)[1] [6,0], skład prętów części odciętej: 4-5

$$\Sigma = P_0 \cdot (9-6) \cdot \sin(45) + R_{p5} \cdot (0-0) \cdot \cos((-90)) + \\ + R_{p5} \cdot (9-6) \cdot \sin((-90)) = 0$$

$$\Sigma = 15 \cdot (9-6) \cdot \sin(45) + R_{p5} \cdot 0 \cdot 0 + R_{p5} \cdot 3 \cdot (-1) = 0$$

$$\Sigma = 15 \cdot 3 \cdot 0.7071 + R_{p5} \cdot 0 + R_{p5} \cdot (-3) = 0$$

$$\Sigma = 31.8198 + R_{p5} \cdot (-3) = 0$$



Rys. Podział W 4 (w)[1]

Składniki układu równań dla sumy X i sumy Y

$$\Sigma = P_0 \cdot \cos(45) + R_{p3} \cdot \cos((-90)) + R_{p5} \cdot \cos((-90)) +$$

$$+ H_1 = 0$$

$$\Sigma = 15 \cdot \cos(45) + R_{p3} \cdot 0 + R_{p5} \cdot 0 + H_1 = 0$$

$$\Sigma = 15 \cdot 0.7071 + R_{p3} \cdot 0 + R_{p5} \cdot 0 + H_1 = 0$$

$$\Sigma = 10.6066 + R_{p3} \cdot 0 + R_{p5} \cdot 0 + H_1 = 0$$

$$\Sigma = P_0 \cdot \sin(45) + Q_{0y} \cdot \sin(90) + R_{p3} \cdot \sin((-90)) +$$

$$+ R_{p5} \cdot \sin((-90)) - V_1 = 0$$

$$\Sigma = 15 \cdot \sin(45) + 20 \cdot \sin(90) + R_{p3} \cdot (-1) + R_{p5} \cdot (-1) +$$

$$- V_1 = 0$$

$$\Sigma = 15 \cdot 0.7071 + 20 \cdot 1 + R_{p3} \cdot (-1) + R_{p5} \cdot (-1) - V_1 = 0$$

$$\Sigma = 10.6066 + 20 + R_{p3} \cdot (-1) + R_{p5} \cdot (-1) - V_1 = 0$$

$$\Sigma = 30.6066 + R_{p3} \cdot (-1) + R_{p5} \cdot (-1) - V_1 = 0$$

Składniki układu równań dla sumy M w punkcie [0;0]

$$\Sigma = Q_{0y} \cdot (1-0) \cdot \sin(90) + M_0 + P_0 \cdot (9-0) \cdot \sin(45) +$$

$$+ M_1 + V_1 \cdot (0-0) + H_1 \cdot (0-0) + R_{p3} \cdot (0-0) \cdot \cos((-90)) +$$

$$+ R_{p3} \cdot (5-0) \cdot \sin((-90)) + R_{p5} \cdot (0-0) \cdot \cos((-90)) + R_{p5} \cdot (9-0) \cdot \sin((-90)) = 0$$



$$\begin{aligned} E &= 20 \cdot (1-0) \cdot \sin(90) + 10 + 15 \cdot (9-0) \cdot \sin(45) + M_1 + V_1 \cdot 0 + \\ &+ H_1 \cdot 0 + R_{p3} \cdot 0 \cdot 0 + R_{p3} \cdot 5 \cdot (-1) + R_{p5} \cdot 0 \cdot 0 + \\ &+ R_{p5} \cdot 9 \cdot (-1) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 20 \cdot 1 + 10 + 15 \cdot 9 \cdot 0.7071 + M_1 + R_{p3} \cdot 0 + R_{p3} \cdot (-5) + \\ &+ R_{p5} \cdot 0 + R_{p5} \cdot (-9) = 0 \end{aligned}$$

$$E = 20 + 10 + 95.4594 + M_1 + R_{p3} \cdot (-5) + R_{p5} \cdot (-9) = 0$$

$$E = 125.4594 + M_1 + R_{p3} \cdot (-5) + R_{p5} \cdot (-9) = 0$$

Układ równań

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ (-1) & (-1) & 0 & (-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & (-3) & 0 & 0 & 0 \\ (-5) & (-9) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{p3} \\ R_{p5} \\ H_1 \\ V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10.6066 \\ 30.6066 \\ (-20) \\ 31.8198 \\ 125.4594 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Po rozwiązaniu układu otrzymano:

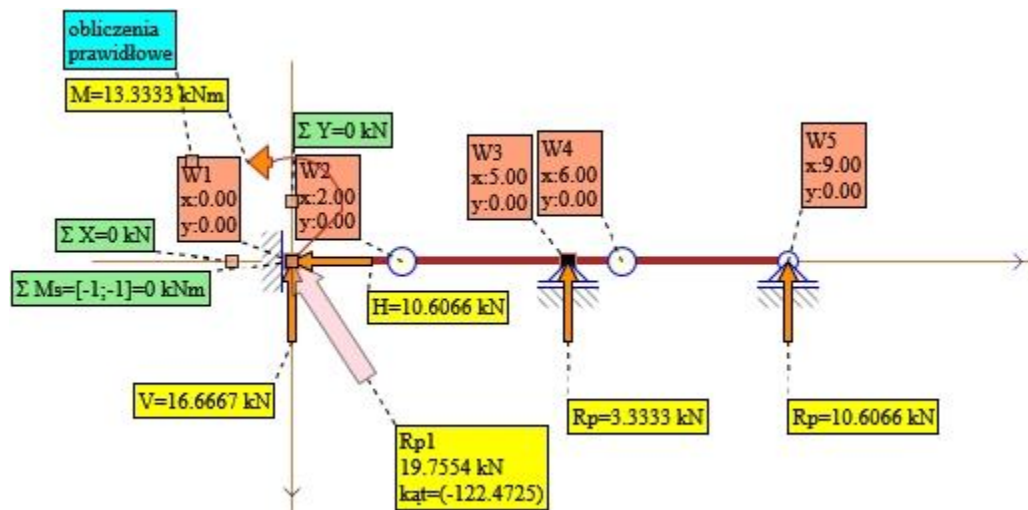
$$R_{p3} = 3.3333 \text{ kN}$$

$$R_{p5} = 10.6066 \text{ kN}$$

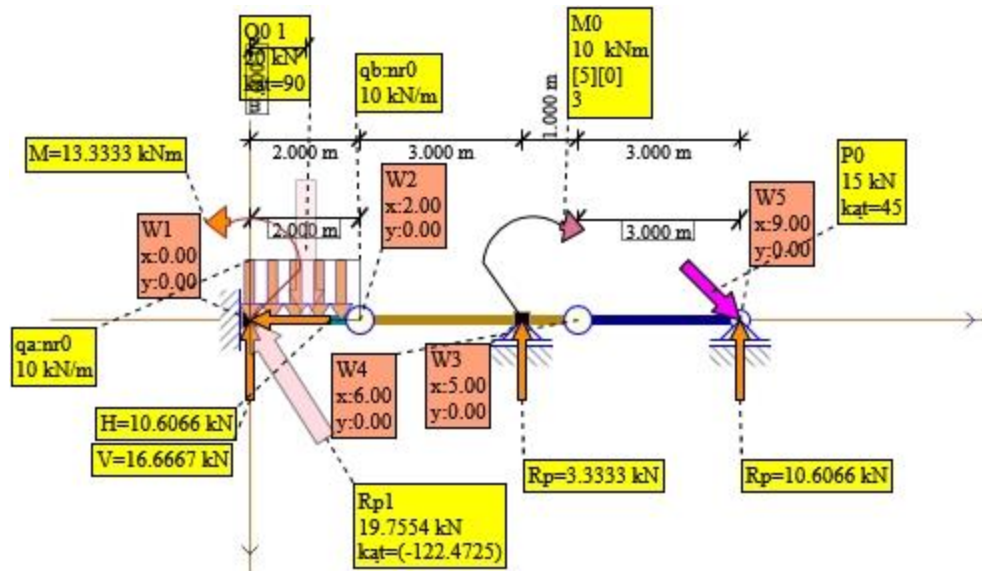
$$H_1 = (-10.6066) \text{ kN}$$

$$V_1 = 16.6667 \text{ kN}$$

$$M_1 = (-13.3333) \text{ kNm}$$



Rys. Reakcje podporowe obliczone



Rys. Reakcje do sprawdzenia MXY

4. Sprawdzenie Reakcji Podporowych Moment

Sprawdzenia poprawności wyznaczenia reakcji podporowych dokonamy w punkcie [(-1); (-1)] układzie XY

Punkt musi być tak dobrany, aby wszystkie siły i reakcje brały udział w obliczaniu Sumy Momentów

W punkcie tym Suma Momentów od wszystkich sił i reakcji powinna wynosić $M=0$

$$\Sigma M = R_{p3} \cdot (5 - (-1)) \cdot \sin((-90)) + R_{p5} \cdot (9 - (-1)) \cdot \sin((-90)) +$$

$$+ V_1 \cdot (0 - (-1)) + H_1 \cdot ((-1) - 0) + M_1 + P_0 \cdot (9 - (-1)) \cdot \sin(45) +$$

$$+ P_0 \cdot ((-1) - 0) \cdot \cos(45) + Q_{0y} \cdot (1 - (-1)) \cdot \sin(90) + M_0 = 0$$

$$\Sigma M = 3.3333 \cdot 6 \cdot (-1) + 10.6066 \cdot 10 \cdot (-1) + (-16.6667) \cdot 1 + (-10.6066) \cdot (-1) +$$

$$+ (-13.3333) + 15 \cdot 10 \cdot 0.7071 + 15 \cdot (-1) \cdot 0.7071 + 20 \cdot 2 + 10 = 0$$

$$\Sigma M = 3.3333 \cdot (-6) + 10.6066 \cdot (-10) + (-16.6667) \cdot 1 + (-10.6066) \cdot (-1) +$$

$$+ (-13.3333) + 15 \cdot 7.0711 + 15 \cdot (-0.7071) + 20 \cdot 2 + 10 = 0$$

$$\Sigma M = (-20) + (-106.066) + (-16.6667) + 10.6066 + (-13.3333) + 106.066 + (-10.6066) + 40 + 10 = 0$$

$$\Sigma M = 0 \text{ kNm}$$

5. Sprawdzenie Reakcji Podporowych Rzut X

$$\Sigma X = (-10.6066) + 15 \cdot \cos(45) = 0$$

$$\Sigma X = (-10.6066) + 15 \cdot 0.7071 = 0$$

$$\Sigma X = (-10.6066) + 10.6066 = 0$$



$$\Sigma X = 0 \text{ kN}$$

6. Sprawdzenie Reakcji Podporowych Rzut Y

$$\Sigma Y = 3.3333 \cdot \sin((-90)) + 10.6066 \cdot \sin((-90)) + (-16.6667) + 15 \cdot \sin(45) + 20 \cdot \sin(90) = 0$$

$$\Sigma Y = 3.3333 \cdot (-1) + 10.6066 \cdot (-1) + (-16.6667) + 15 \cdot 0.7071 + 20 \cdot 1 = 0$$

$$\Sigma Y = (-3.3333) + (-10.6066) + (-16.6667) + 10.6066 + 20 = 0$$

$$\Sigma Y = (0) \text{ kN}$$

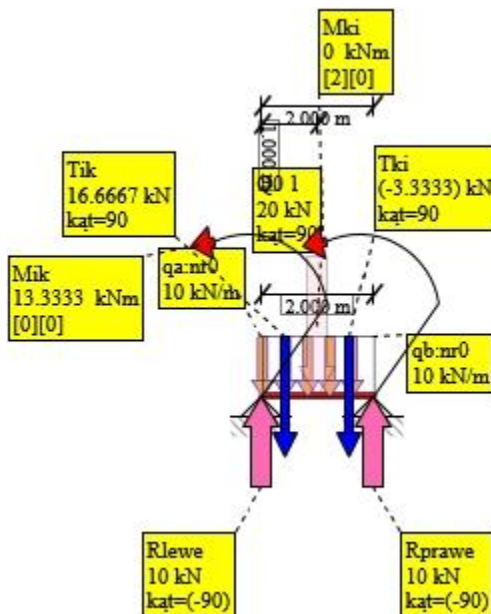
7. Ocena Wyników Obliczeń

Z uwagi na spełnione warunki:

$$\Sigma M = 0.0, \quad \Sigma X = 0.0, \quad \Sigma Y = 0.0$$

Ocena: obliczenia prawidłowe

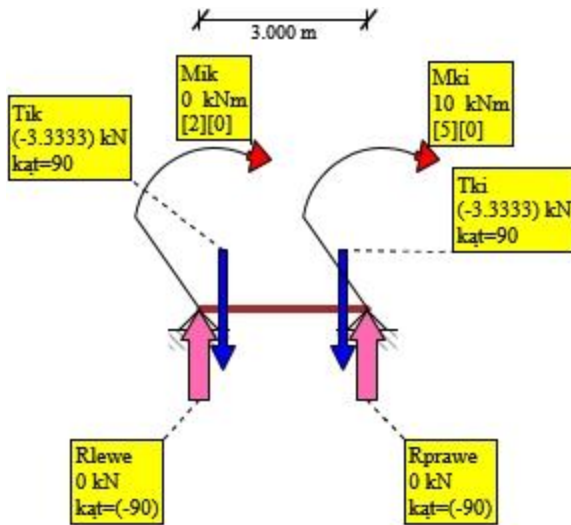
8. Obliczenie Sił Tnących



Rys. Siły Tnące 1-2

$$T_{1-2} = \frac{13.3333 + 0}{2} - (-10) = 16.6666 \text{ kN}$$

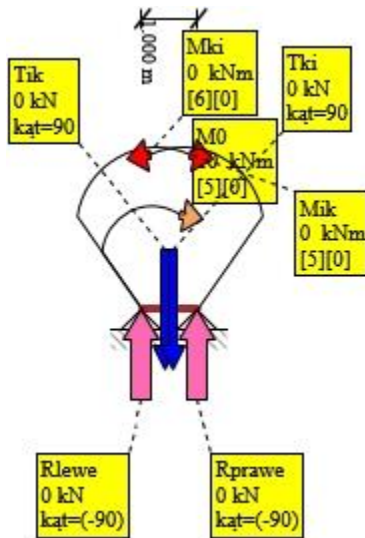
$$T_{2-1} = \frac{13.3333 + 0}{2} + (-10) = (-3.3333) \text{ kN}$$



Rys. Sity Tnqce 2-3

$$T_{2-3} = \frac{(0)+(-10)}{3} - 0 = (-3.3333) \text{ kN}$$

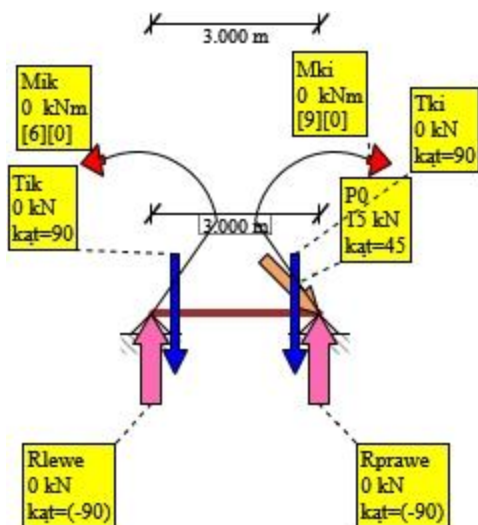
$$T_{3-2} = \frac{(0)+(-10)}{3} + 0 = (-3.3333) \text{ kN}$$



Rys. Sity Tnqce 3-4

$$T_{3-4} = \frac{(0)+0}{1} - 0 = 0 \text{ kN}$$

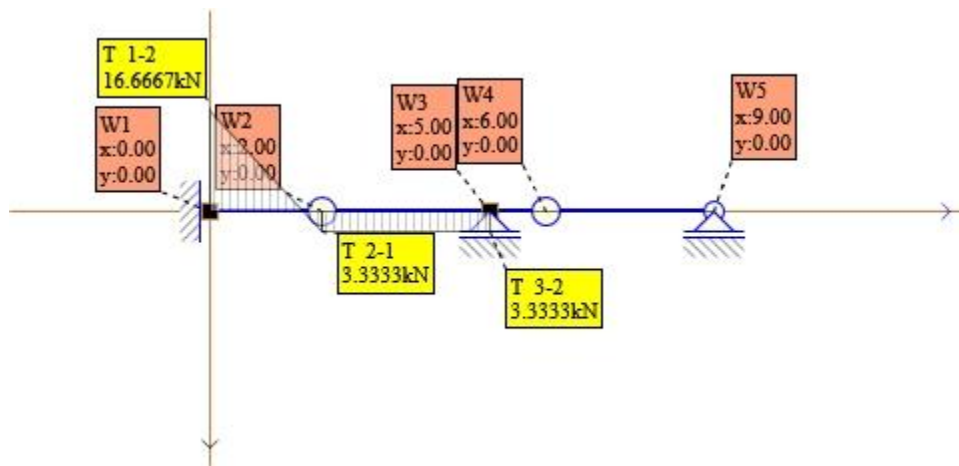
$$T_{4-3} = \frac{(0)+0}{1} + 0 = 0 \text{ kN}$$



Rys. Sity Tnqce 4-5

$$T_{4-5} = \frac{0+0}{3} - 0 = 0 \text{ kN}$$

$$T_{5-4} = \frac{0+0}{3} + 0 = 0 \text{ kN}$$



Rys. Wykres T BelkarAll

9. Obliczenie sił Normalnych

Aby Węzeł był w równowadze to suma jego składowych sił i reakcji rzutowana na oś X i oś Y musi być równa zero

$$\sum S_x + \sum R_x + \sum P_x = 0$$

$$\sum S_y + \sum R_y + \sum P_y = 0$$

$\sum S_x$ To suma sił prętowych rzutowana na oś X w Węźle

$\sum R_x$ To suma reakcji podporowych rzutowana na oś X w Węźle - jeżeli istnieje



ΣP_x To suma oddziaływania zewnętrznego rzutowana na oś X w Węźle - jeżeli jest przyłożona

ΣS_y To suma sił prętowych rzutowana na oś Y w Węźle

ΣR_y To suma reakcji podporowych rzutowana na oś Y w Węźle - jeżeli istnieje

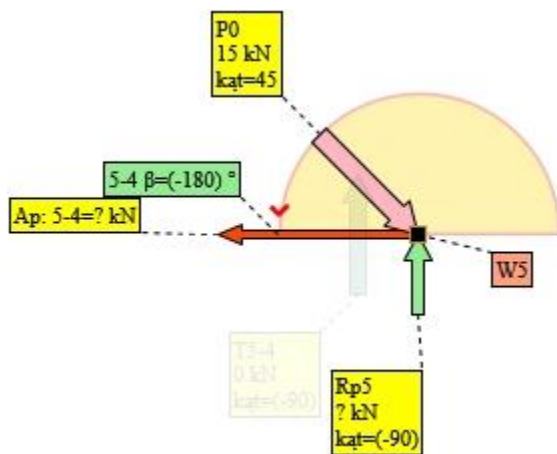
ΣP_y To suma oddziaływania zewnętrznego rzutowana na oś Y w Węźle - jeżeli jest przyłożona

Obliczenia rozpoczynamy od Węźła, dla którego liczba niewiadomych sił w Prętach jest ≤ 2

Elementy szukane oznaczono kolorem czerwonym.

Elementy zerowe są przedstawione w tle rysunku.

Wybrano Węzeł =5



Do policzenia N_{5-4} $\beta = (-180)$

Rzutowanie na oś X

$$N_{5-4} \cdot \cos((-180)) + 15 \cdot \cos(45) = 0$$

$$N_{5-4} \cdot (-1) + 15 \cdot 0.7071 = 0$$

$$N_{5-4} \cdot (-1) + 10.6066 = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$N_{5-4} \cdot \sin((-180)) + 15 \cdot \sin(45) + 10.6066 \cdot \sin((-90)) = 0$$

$$N_{5-4} \cdot 0 + 15 \cdot 0.7071 + 10.6066 \cdot (-1) = 0$$

$$10.6066 + (-10.6066) = 0$$

Równanie X

$$N_{5-4} \cdot (-1) + 10.6066 = 0$$

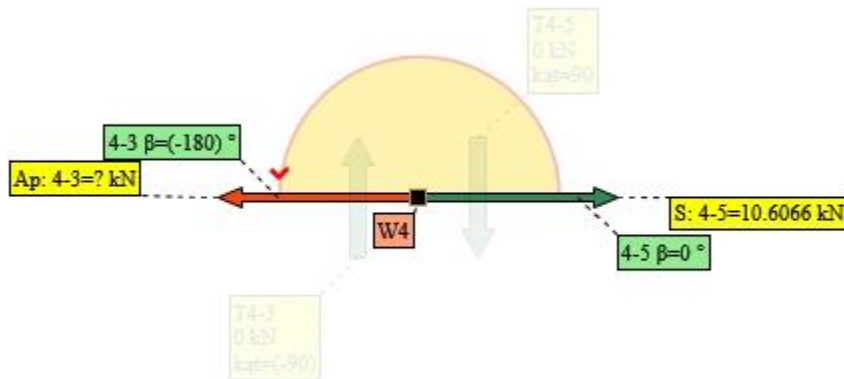
Równanie Y

$$= 0$$



wyliczono $N_{5-4} = 10.6066 \text{ kN}$

Wybrano Węzeł =4



Do policzenia N_{4-3} $\beta = (-180)$

policzone $N_{4-5} = 10.6066$ $\beta = 0$

Rzutowanie na oś X

$$N_{4-3} \cdot \cos((-180)) + 10.6066 \cdot \cos(0) = 0$$

$$N_{4-3} \cdot (-1) + 10.6066 \cdot 1 = 0$$

$$N_{4-3} \cdot (-1) + 10.6066 = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$N_{4-3} \cdot \sin((-180)) = 0$$

$$N_{4-3} \cdot 0 = 0$$

Równanie X

$$N_{4-3} \cdot (-1) + 10.6066 = 0$$

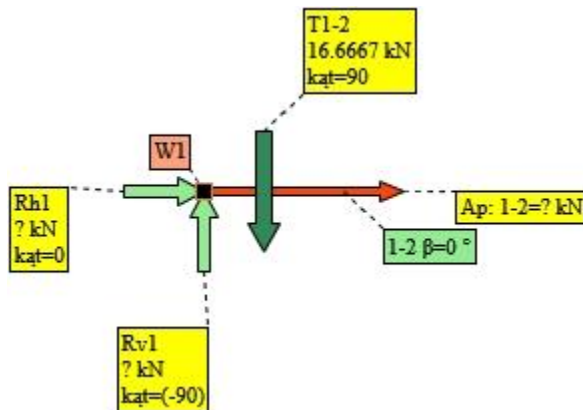
Równanie Y

$$= 0$$

wyliczono $N_{4-3} = 10.6066 \text{ kN}$



Wybrano Węzeł =1

Do policzenia N_{1-2} $\beta = 0$

Rzutowanie na oś X

$$N_{1-2} \cdot \cos(0) + (-10.6066) = 0$$

$$N_{1-2} \cdot 1 + (-10.6066) = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$N_{1-2} \cdot \sin(0) + 16.6667 \cdot \sin(90) + (-16.6667) = 0$$

$$N_{1-2} \cdot 0 + 16.6667 \cdot 1 + (-16.6667) = 0$$

$$16.6667 + (-16.6667) = 0$$

Równanie X

$$N_{1-2} \cdot 1 + (-10.6066) = 0$$

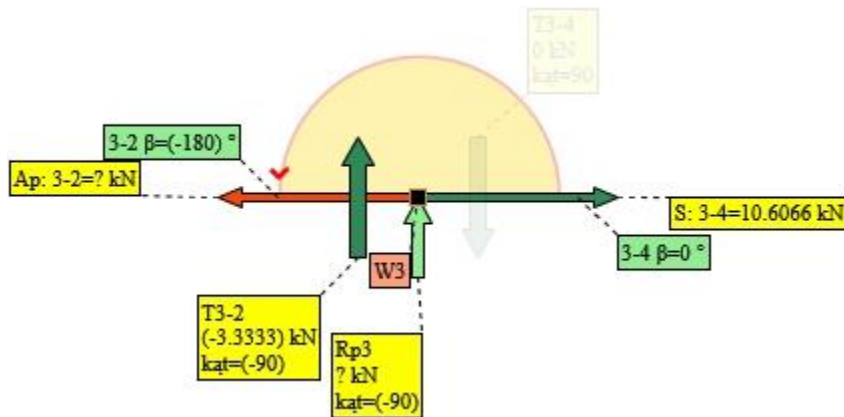
Równanie Y

$$= 0$$

$$\text{wyliczono } N_{1-2} = 10.6066 \text{ kN}$$



Wybrano Węzeł =3

Do policzenia N_{3-2} $\beta = (-180)$ policzone $N_{3-4} = 10.6066$ $\beta = 0$

Rzutowanie na oś X

$$N_{3-2} \cdot \cos((-180)) + 10.6066 \cdot \cos(0) = 0$$

$$N_{3-2} \cdot (-1) + 10.6066 \cdot 1 = 0$$

$$N_{3-2} \cdot (-1) + 10.6066 = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$N_{3-2} \cdot \sin((-180)) + (-3.3333) \cdot \sin((-90)) + 3.3333 \cdot \sin((-90)) = 0$$

$$N_{3-2} \cdot 0 + (-3.3333) \cdot (-1) + 3.3333 \cdot (-1) = 0$$

$$3.3333 + (-3.3333) = 0$$

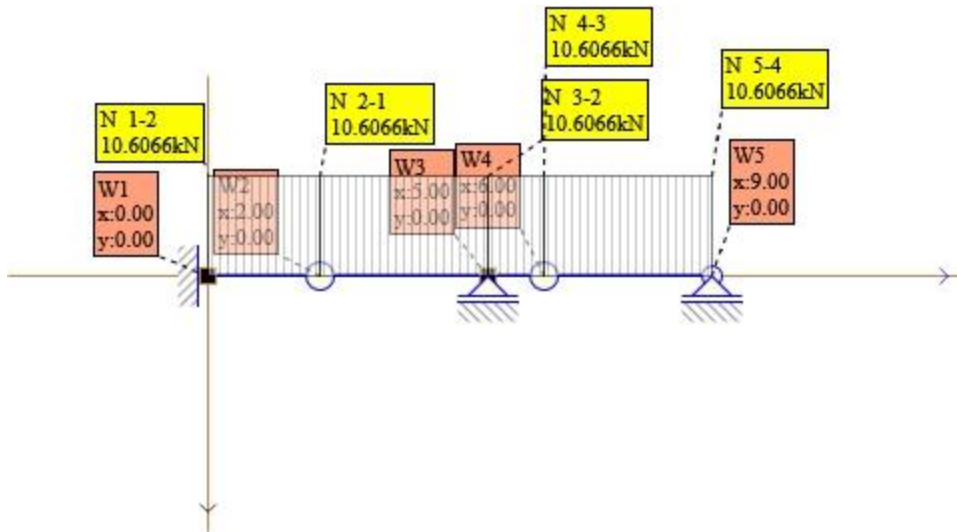
Równanie X

$$N_{3-2} \cdot (-1) + 10.6066 = 0$$

Równanie Y

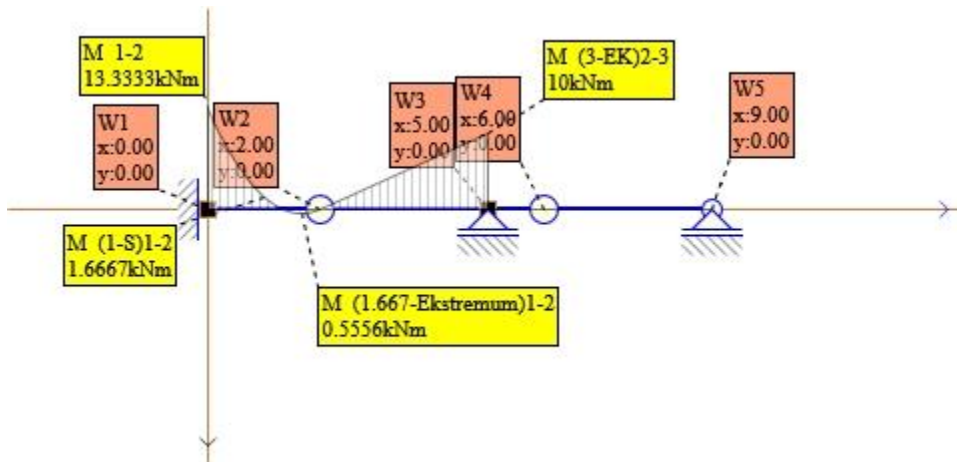
$$= 0$$

$$\text{wyliczono } N_{3-2} = 10.6066 \text{ kN}$$



Rys. Wykres N BelkarAll

10. Obliczenie Momentów przywęzłowych



Rys. Wykres M BelkarAll

Wydruk wygenerowany w programie Belkar

Copyright © 2018 Grupa Rectan