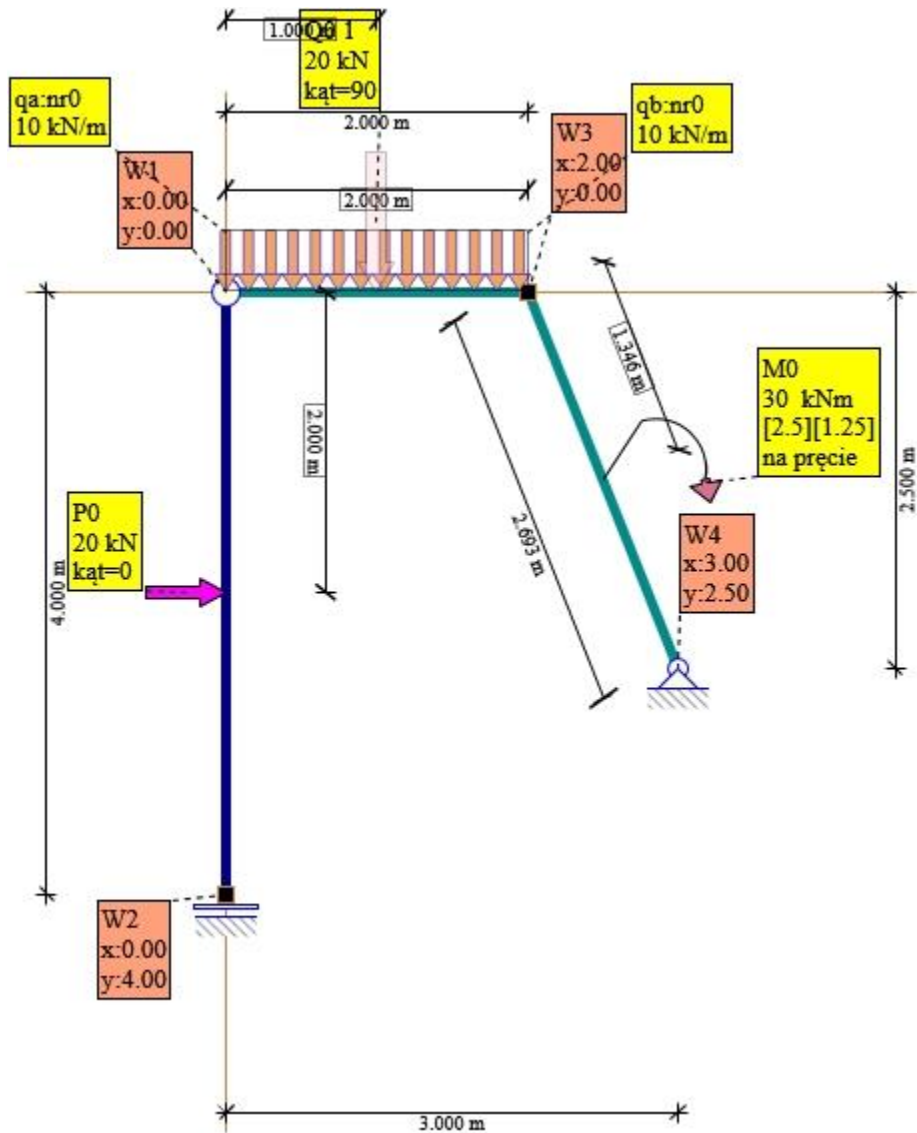




1. Stan P - obciążenie mpq

Dla danego układu statycznego wyznaczyć MTN



Rys. Schemat układu

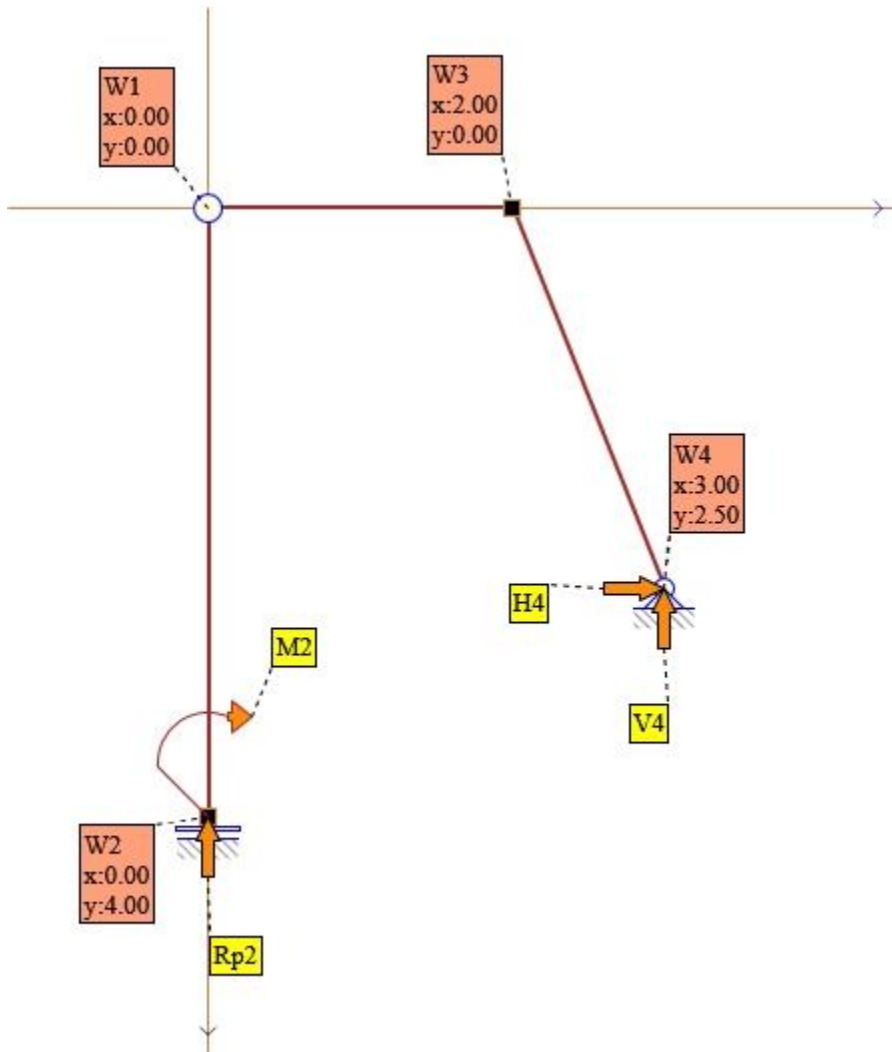
2. Ustalenie stopnia statycznej niewyznaczalności układu SSN

Liczba tarcz: $T=2$ Więzi podporowe: $P=4$ Przeguby sprowadzone: węzłowe $R0=1$, dołączone $R1=0$ Pola zamknięte sprowadzone: $Pz=3 \cdot (0-1)=-3$ Połączenie wewnętrzne teleskopowe typu łyżwa: $Stł=0$ Połączenie wewnętrzne teleskopowe typu tuleja: $Stt=0$



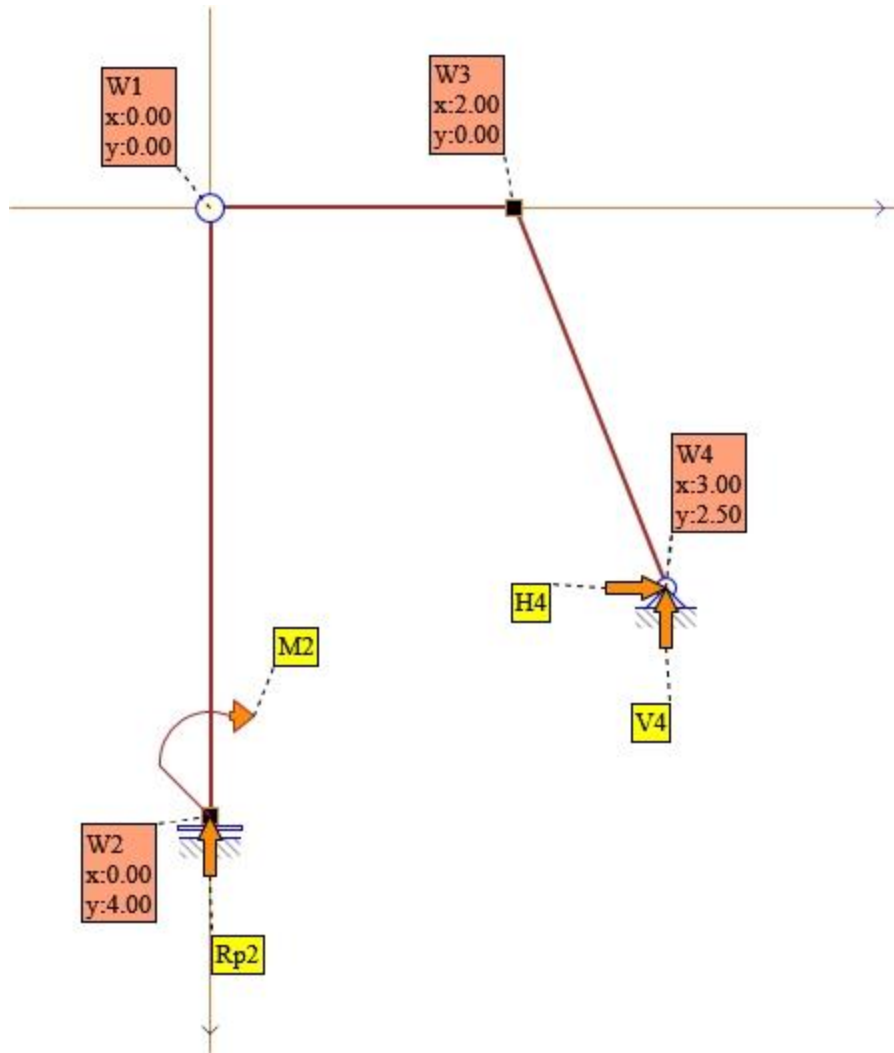
Wzór ogólny $SSN = -P + R_0 + R_1 + Stt + Stt - Pz$

$SSN = -4 + 1 + 0 + 0 + 0 - (-3) = 0$ statycznie wyznaczalny



Rys. Reakcje układu do policzenia

3. Podział układu na elementy obliczeniowe



Rys. Reakcje układu podstawowego do policzenia

Reakcje do obliczenia : 4

Dla 4 reakcji należy ułożyć 4 układów równań

Podstawowe układy równań to:

$$\Sigma M = 0$$

$$\Sigma X = 0$$

$$\Sigma Y = 0$$

Dodatkowe układy równań otrzymamy dla zależności, że suma momentów w przegubie dla części odciętej równa się zero. Przegub jest punktem podziału układu na dwie części. Każda z tych części spełnia ten warunek.

Moment statyczny względem węzła Nr. W1 (podział tarcz=) [0] punkt przegubu [0,0], skład prętów części odciętej: 1-2

$$\Sigma = P_0 \cdot (0-2) \cdot \cos(0) + R_{p2} \cdot (0-4) \cdot \cos((-90)) +$$



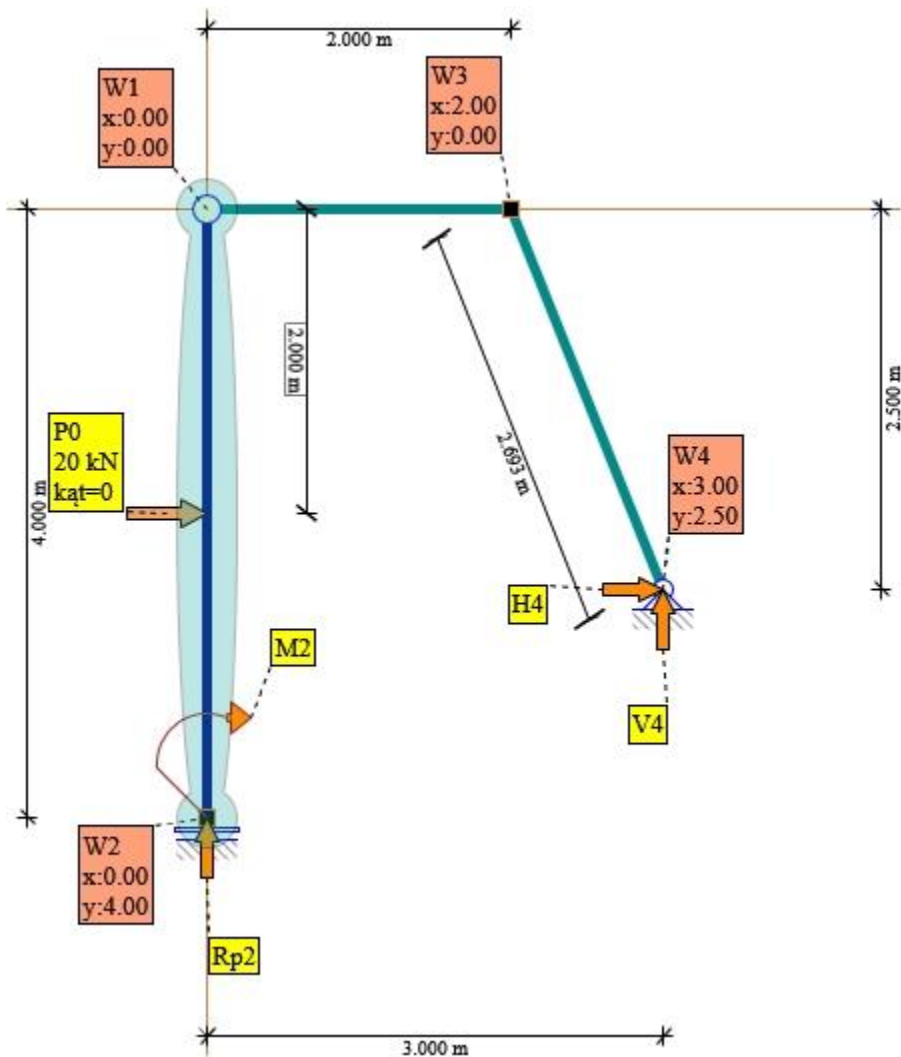
$$+R_{p_2} \cdot (0-0) \cdot \sin((-90)) + M_2 = 0$$

$$\Sigma = 20 \cdot (0-2) \cdot \cos(0) + R_{p_2} \cdot (-4) \cdot 0 + R_{p_2} \cdot 0 \cdot (-1) +$$

$$+M_2 = 0$$

$$\Sigma = 20 \cdot (-2) \cdot 1 + R_{p_2} \cdot (0) + R_{p_2} \cdot 0 + M_2 = 0$$

$$\Sigma = (-40) + M_2 = 0$$



Rys. Podział W 1 (podział tarcz=)[0]

Składniki układu równań dla sumy X i sumy Y

$$\Sigma = P_0 \cdot \cos(0) + H_4 + R_{p_2} \cdot \cos((-90)) = 0$$

$$\Sigma = 20 \cdot \cos(0) + H_4 + R_{p_2} \cdot 0 = 0$$

$$\Sigma = 20 \cdot 1 + H_4 + R_{p_2} \cdot 0 = 0$$

$$\Sigma = 20 + H_4 + R_{p_2} \cdot 0 = 0$$



$$\Sigma = Q_{0y} \cdot \sin(90) - V_4 + R_{p_2} \cdot \sin((-90)) = 0$$

$$\Sigma = 20 \cdot \sin(90) - V_4 + R_{p_2} \cdot (-1) = 0$$

$$\Sigma = 20 \cdot 1 - V_4 + R_{p_2} \cdot (-1) = 0$$

$$\Sigma = 20 - V_4 + R_{p_2} \cdot (-1) = 0$$

Składniki układu równań dla sumy M w punkcie [0;4]

$$\begin{aligned} \Sigma &= P_0 \cdot (4-2) \cdot \cos(0) + Q_{0y} \cdot (1-0) \cdot \sin(90) + M_0 \cdot + \\ &+ R_{p_2} \cdot (4-4) \cdot \cos((-90)) + R_{p_2} \cdot (0-0) \cdot \sin((-90)) + M_2 + \\ &+ H_4 \cdot (4-2.5) + V_4 \cdot (0-3) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma &= 20 \cdot (4-2) \cdot \cos(0) + 20 \cdot (1-0) \cdot \sin(90) + 30 + R_{p_2} \cdot 0 \cdot 0 + \\ &+ R_{p_2} \cdot 0 \cdot (-1) + M_2 + H_4 \cdot 1.5 + V_4 \cdot (-3) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma &= 20 \cdot 2 \cdot 1 + 20 \cdot 1 \cdot 1 + 30 + R_{p_2} \cdot 0 + R_{p_2} \cdot 0 + M_2 + \\ &+ H_4 \cdot 1.5 + V_4 \cdot (-3) = 0 \end{aligned}$$

$$\Sigma = 40 + 20 + 30 + M_2 + H_4 \cdot 1.5 + V_4 \cdot (-3) = 0$$

$$\Sigma = 90 + M_2 + H_4 \cdot 1.5 + V_4 \cdot (-3) = 0$$

Układ równań

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-1) & (-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.5 & 0 & (-3) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_4 \\ R_{p_2} \\ V_4 \\ M_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \\ (-40) \\ 90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

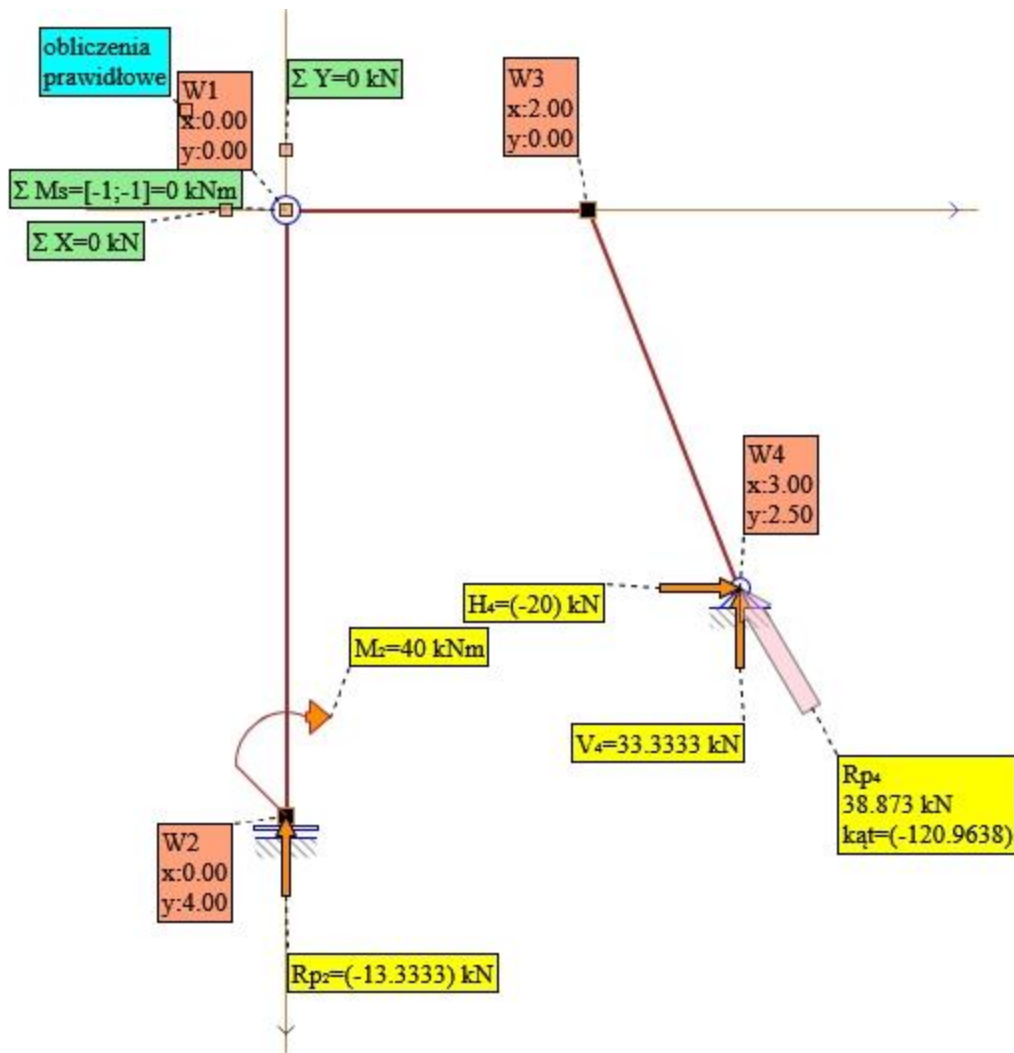
Po rozwiązaniu układu otrzymano:

$$H_4 = (-20) \text{ kN}$$

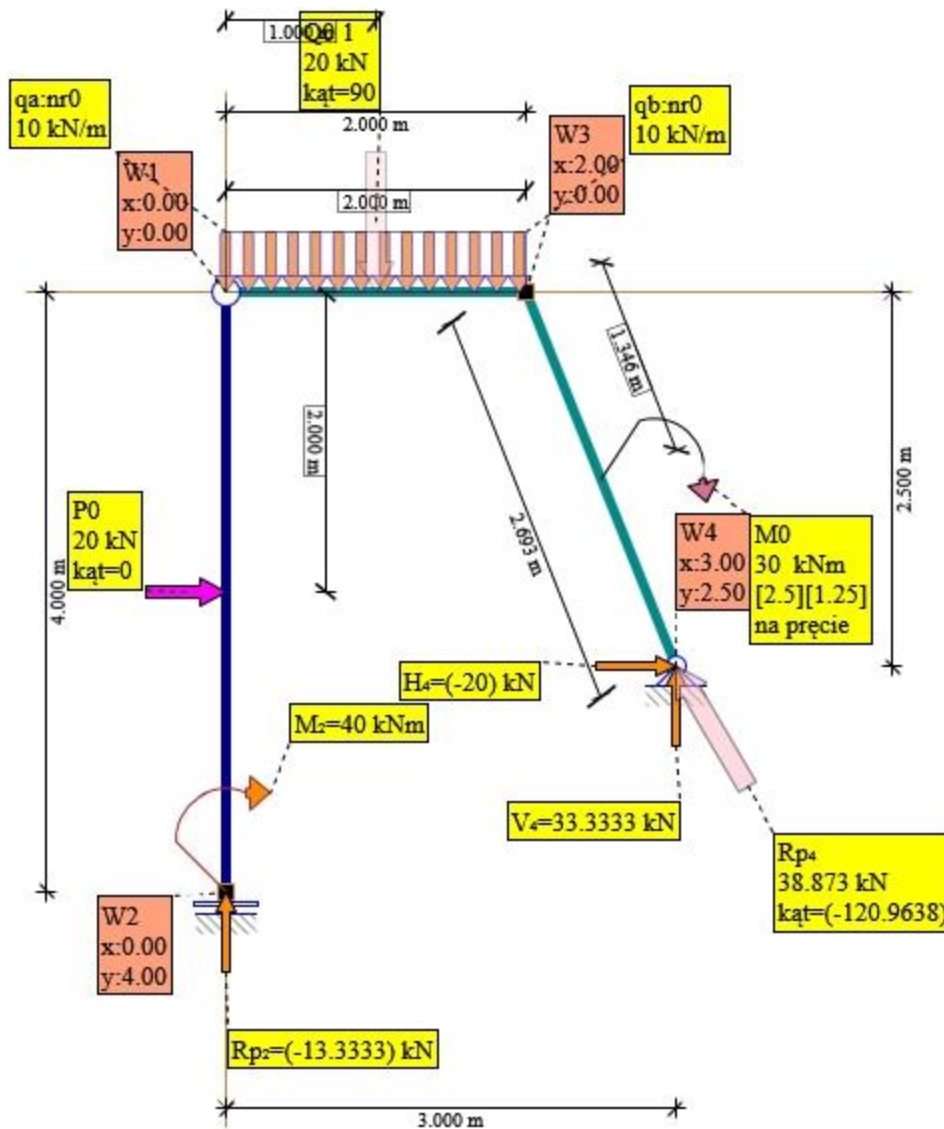
$$R_{p_2} = (-13.3333) \text{ kN}$$

$$V_4 = 33.3333 \text{ kN}$$

$$M_2 = 40 \text{ kNm}$$



Rys. Reakcje podporowe obliczone



Rys. Reakcje do sprawdzenia MXY

4. Sprawdzenie Reakcji Podporowych Moment

Sprawdzenia poprawności wyznaczenia reakcji podporowych dokonamy w punkcie $[(-1); (-1)]$ układzie XY

Punkt musi być tak dobrany, aby wszystkie siły i reakcje brały udział w obliczaniu Sumy Momentów

W punkcie tym Suma Momentów od wszystkich sił i reakcji powinna wynosić $M=0$

$$\begin{aligned} \Sigma M = & V_4 \cdot (3 - (-1)) + H_4 \cdot ((-1) - 2.5) + R_{p2} \cdot (0 - (-1)) \cdot \sin((-90)) + \\ & + M_2 + P_0 \cdot ((-1) - 2) \cdot \cos(0) + Q_{0y} \cdot (1 - (-1)) \cdot \sin(90) + \\ & + M_0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M = & (-33.3333) \cdot 4 + (-20) \cdot (-3.5) + (-13.3333) \cdot 1 \cdot (-1) + 40 + 20 \cdot (-3) \cdot 1 + \\ & + 20 \cdot 2 \cdot 1 + 30 = 0 \end{aligned}$$



$$\Sigma M = (-33.3333) \cdot 4 + (-20) \cdot (-3.5) + (-13.3333) \cdot (-1) + 40 + 20 \cdot (-3) + 20 \cdot 2 + 30 = 0$$

$$\Sigma M = (-133.3333) + 70 + 13.3333 + 40 + (-60) + 40 + 30 = 0$$

$$\Sigma M = 0 \text{ kNm}$$

5. Sprawdzenie Reakcji Podporowych Rzut X

$$\Sigma X = (-20) + 20 \cdot \cos(0) = 0$$

$$\Sigma X = (-20) + 20 \cdot 1 = 0$$

$$\Sigma X = (-20) + 20 = 0$$

$$\Sigma X = 0 \text{ kN}$$

6. Sprawdzenie Reakcji Podporowych Rzut Y

$$\Sigma Y = (-33.3333) + (-13.3333) \cdot \sin((-90)) + 20 \cdot \sin(90) = 0$$

$$\Sigma Y = (-33.3333) + (-13.3333) \cdot (-1) + 20 \cdot 1 = 0$$

$$\Sigma Y = (-33.3333) + 13.3333 + 20 = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \text{ kN}$$

7. Ocena Wyników Obliczeń

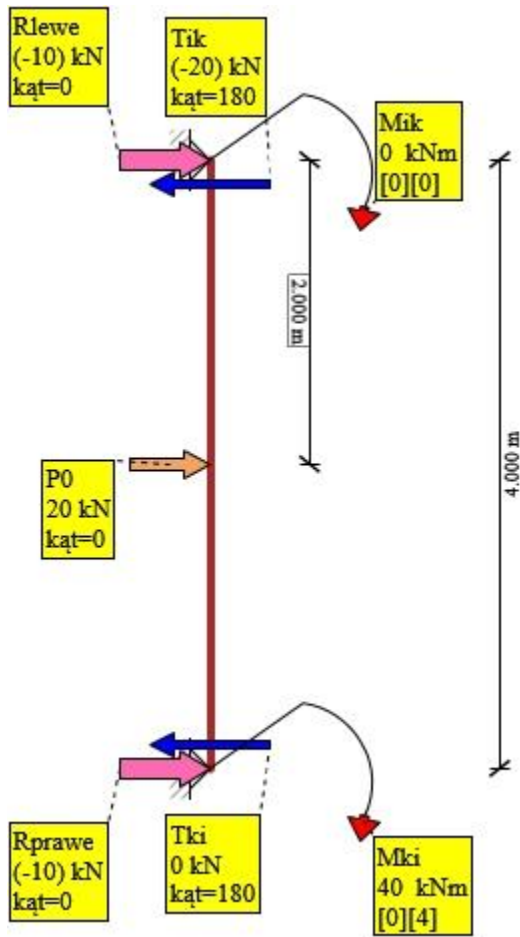
Z uwagi na spełnione warunki:

$$\Sigma M = 0.0, \Sigma X = 0.0, \Sigma Y = 0.0$$

Ocena: obliczenia prawidłowe



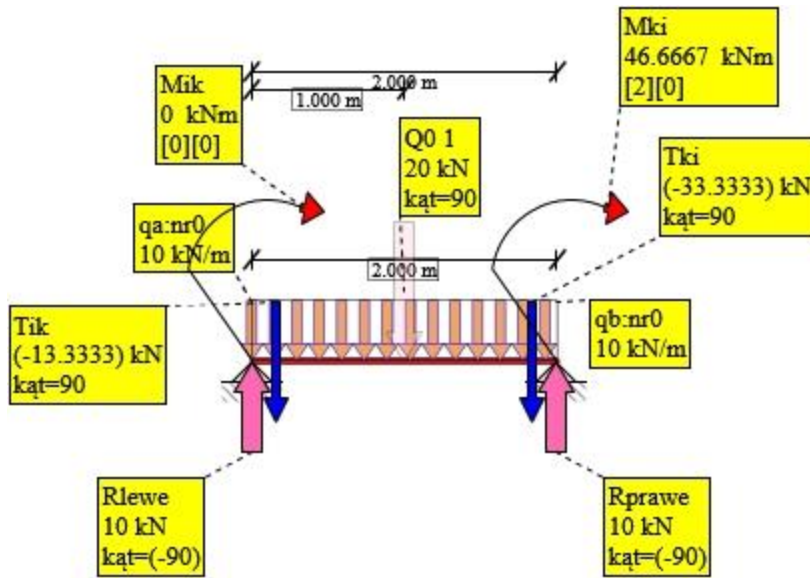
8. Obliczenie Sił Tnących



Rys. Siły Tnące 1-2

$$T_{1-2} = \frac{0 + (-40)}{4} - 10 = (-20) \text{ kN}$$

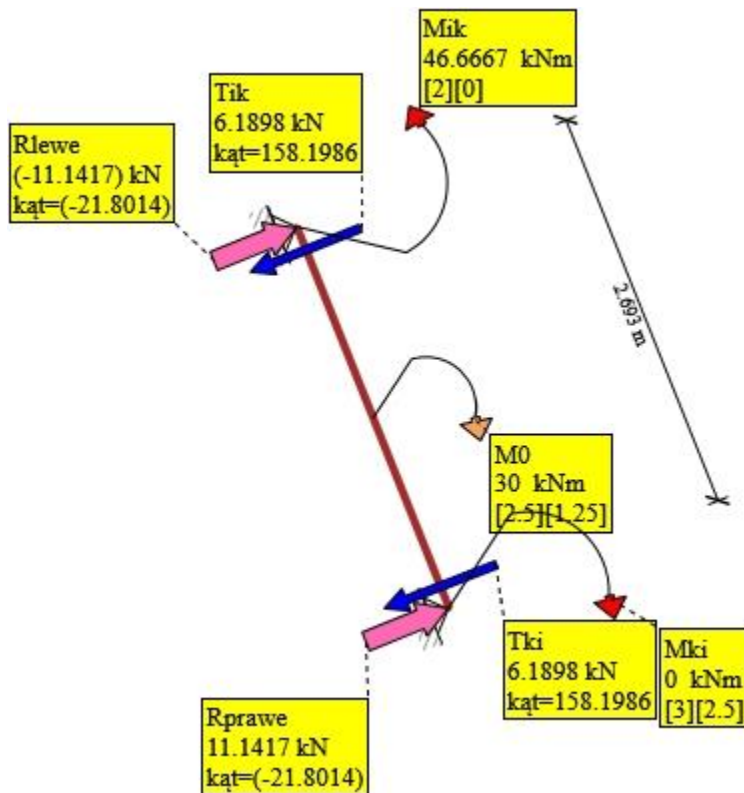
$$T_{2-1} = \frac{0 + (-40)}{4} + 10 = 0 \text{ kN}$$



Rys. Sity Tnaçe 1-3

$$T_{1-3} = \frac{0 + (-46.6666)}{2} - (-10) = (-13.3333) \text{ kN}$$

$$T_{3-1} = \frac{0 + (-46.6666)}{2} + (-10) = (-33.3333) \text{ kN}$$

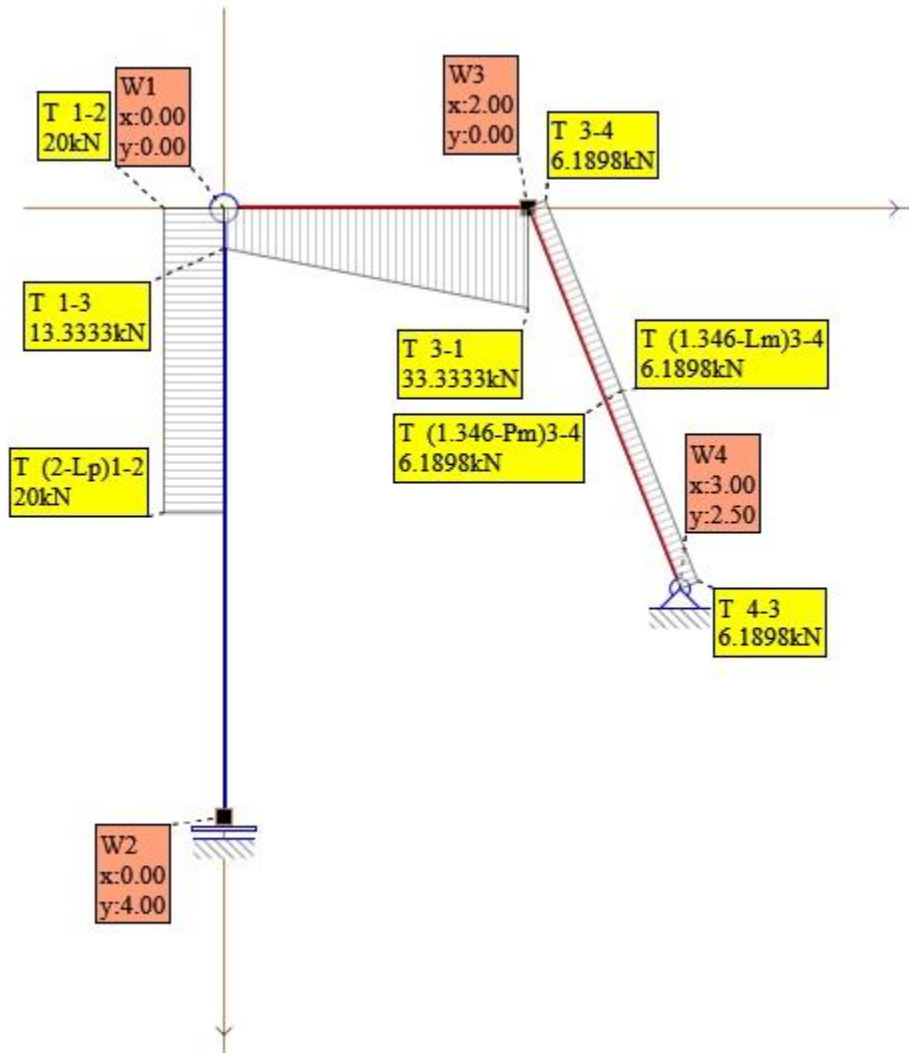


Rys. Sity Tnaçe 3-4



$$T_{3-4} = \frac{46.6666+0}{2.6925} - 11.1417 = 6.1898 \text{ kN}$$

$$T_{4-3} = \frac{46.6666+0}{2.6925} + (-11.1417) = 6.1898 \text{ kN}$$



Rys. Wykres T BelkarAll

9. Obliczenie sił Normalnych

Aby Węzeł był w równowadze to suma jego składowych sił i reakcji rzutowana na oś X i oś Y musi być równa zero

$$\sum S_x + \sum R_x + \sum P_x = 0$$

$$\sum S_y + \sum R_y + \sum P_y = 0$$

$\sum S_x$ To suma sił prętowych rzutowana na oś X w Węźle

$\sum R_x$ To suma reakcji podporowych rzutowana na oś X w Węźle - jeżeli istnieje



ΣP_x To suma oddziaływania zewnętrznego rzutowana na oś X w Węźle - jeżeli jest przyłożona

ΣS_y To suma sił prętowych rzutowana na oś Y w Węźle

ΣR_y To suma reakcji podporowych rzutowana na oś Y w Węźle - jeżeli istnieje

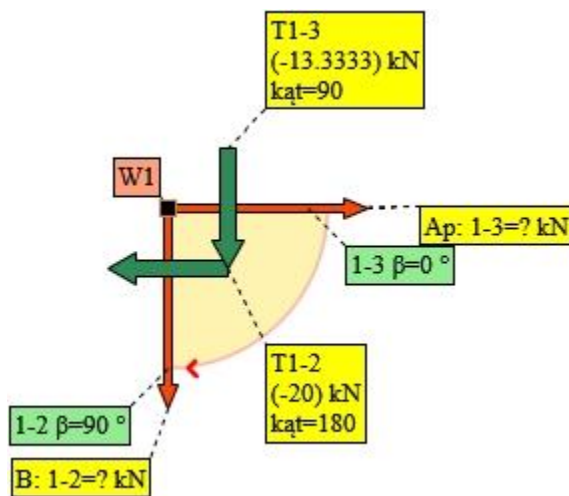
ΣP_y To suma oddziaływania zewnętrznego rzutowana na oś Y w Węźle - jeżeli jest przyłożona

Obliczenia rozpoczynamy od Węźła, dla którego liczba niewiadomych sił w Prętach jest ≤ 2

Elementy szukane oznaczono kolorem czerwonym.

Elementy zerowe są przedstawione w tle rysunku.

Wybrano Węzeł = 1



Do policzenia N_{1-2} $\beta = 90$

Do policzenia N_{1-3} $\beta = 0$

Rzutowanie na oś X

$$N_{1-2} \cdot \cos(90) + N_{1-3} \cdot \cos(0) + (-20) \cdot \cos(180) = 0$$

$$N_{1-2} \cdot 0 + N_{1-3} \cdot 1 + (-20) \cdot (-1) = 0$$

$$N_{1-3} \cdot 1 + 20 = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$N_{1-2} \cdot \sin(90) + N_{1-3} \cdot \sin(0) + (-13.3333) \cdot \sin(90) = 0$$

$$N_{1-2} \cdot 1 + N_{1-3} \cdot 0 + (-13.3333) \cdot 1 = 0$$

$$N_{1-2} \cdot 1 + (-13.3333) = 0$$

Układ równań

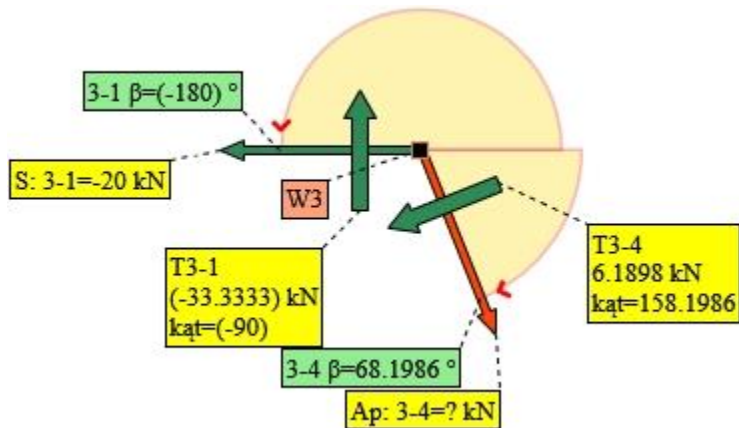


$$\begin{cases} N_{1-3} \cdot 120 = 0 \\ N_{1-2} \cdot 1(-13.3333) = 0 \end{cases}$$

wyliczono $N_{1-2} = 13.3333 \text{ kN}$

wyliczono $N_{1-3} = (-20) \text{ kN}$

Wybrano Węzeł = 3



Do policzenia N_{3-4} $\beta = 68.1986$

policzone $N_{3-1} = (-20)$ $\beta = (-180)$

Rzutowanie na oś X

$$N_{3-4} \cdot \cos(68.1986) + 6.1898 \cdot \cos(158.1986) + (-20) \cdot \cos((-180)) = 0$$

$$N_{3-4} \cdot 0.3714 + 6.1898 \cdot (-0.9285) + (-20) \cdot (-1) = 0$$

$$N_{3-4} \cdot 0.3714 + (-5.7471) + 20 = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$N_{3-4} \cdot \sin(68.1986) + (-33.3333) \cdot \sin((-90)) + 6.1898 \cdot \sin(158.1986) = 0$$

$$N_{3-4} \cdot 0.9285 + (-33.3333) \cdot (-1) + 6.1898 \cdot 0.3714 = 0$$

$$N_{3-4} \cdot 0.9285 + 33.3333 + 2.2989 = 0$$

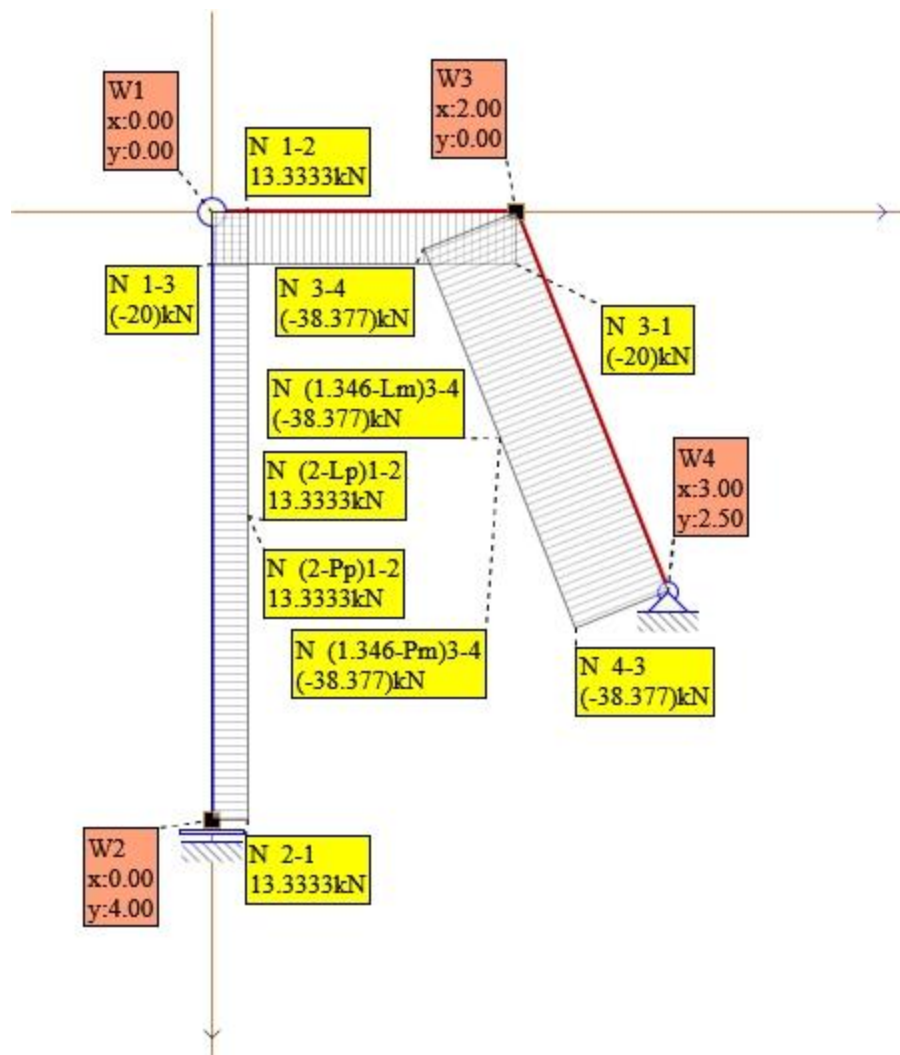
Równanie X

$$N_{3-4} \cdot 0.3714 + 14.2529 = 0$$

Równanie Y

$$N_{3-4} \cdot 0.9285 + 35.6322 = 0$$

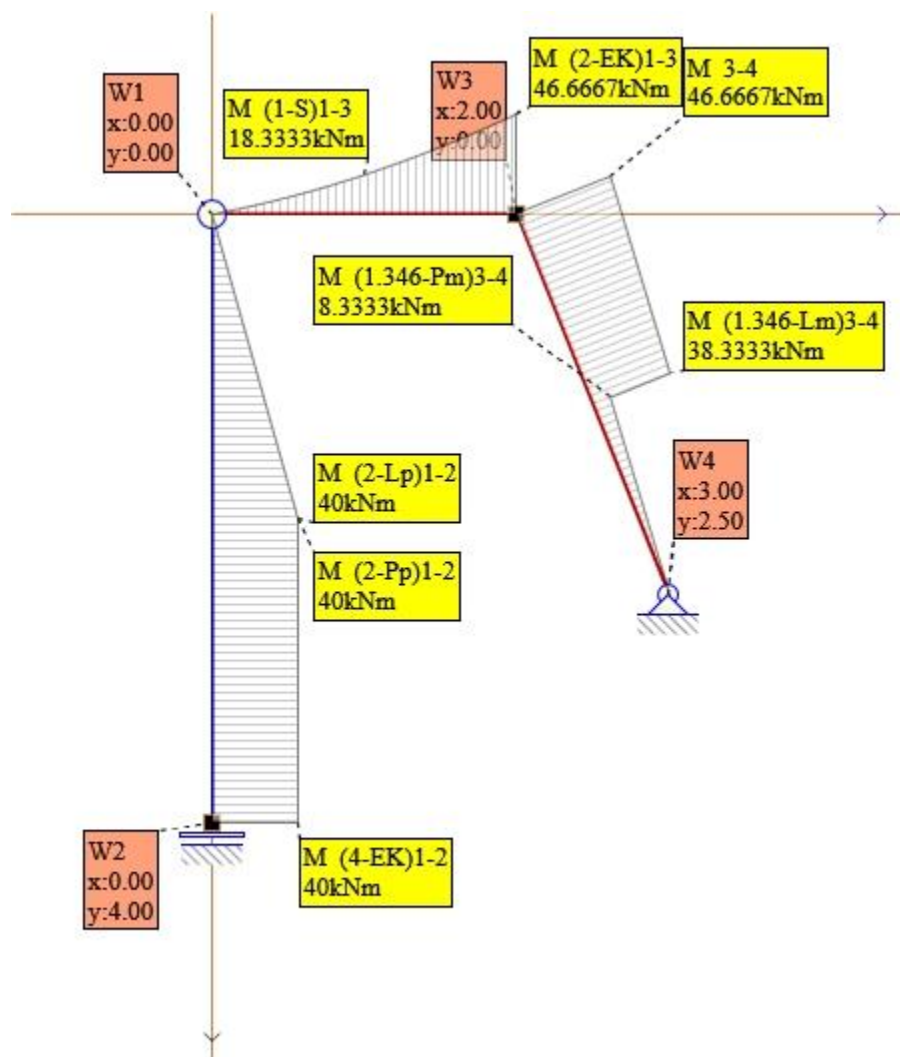
wyliczono $N_{3-4} = (-38.377) \text{ kN}$



Rys. Wykres N BelkarAll



10. Obliczenie Momentów przywęzłowych



Rys. Wykres M BelkarAll

Wydruk wygenerowany w programie Belkar

Copyright © 2018 Grupa Rectan