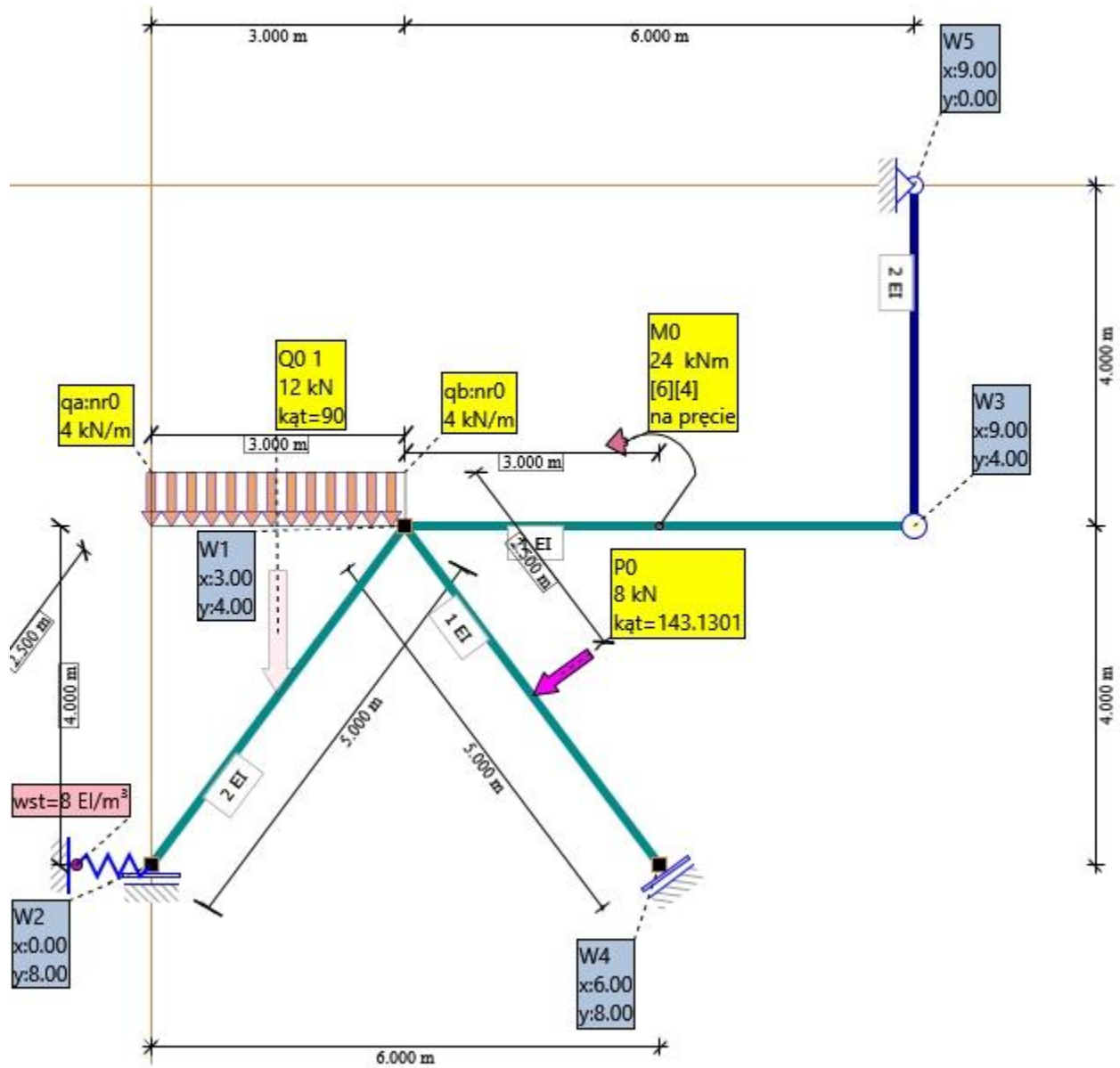




## 1. Metor

Dla danego układu wyznaczyć MTN metodą przemieszczeń



Rys. Schemat układu

Współrzędne węzłów:

węzeł 1  $x=[3.000][\text{m}]$ ,  $y=[4.000][\text{m}]$

węzeł 2  $x=[0.000][\text{m}]$ ,  $y=[8.000][\text{m}]$

węzeł 3  $x=[9.000][\text{m}]$ ,  $y=[4.000][\text{m}]$

węzeł 4  $x=[6.000][\text{m}]$ ,  $y=[8.000][\text{m}]$

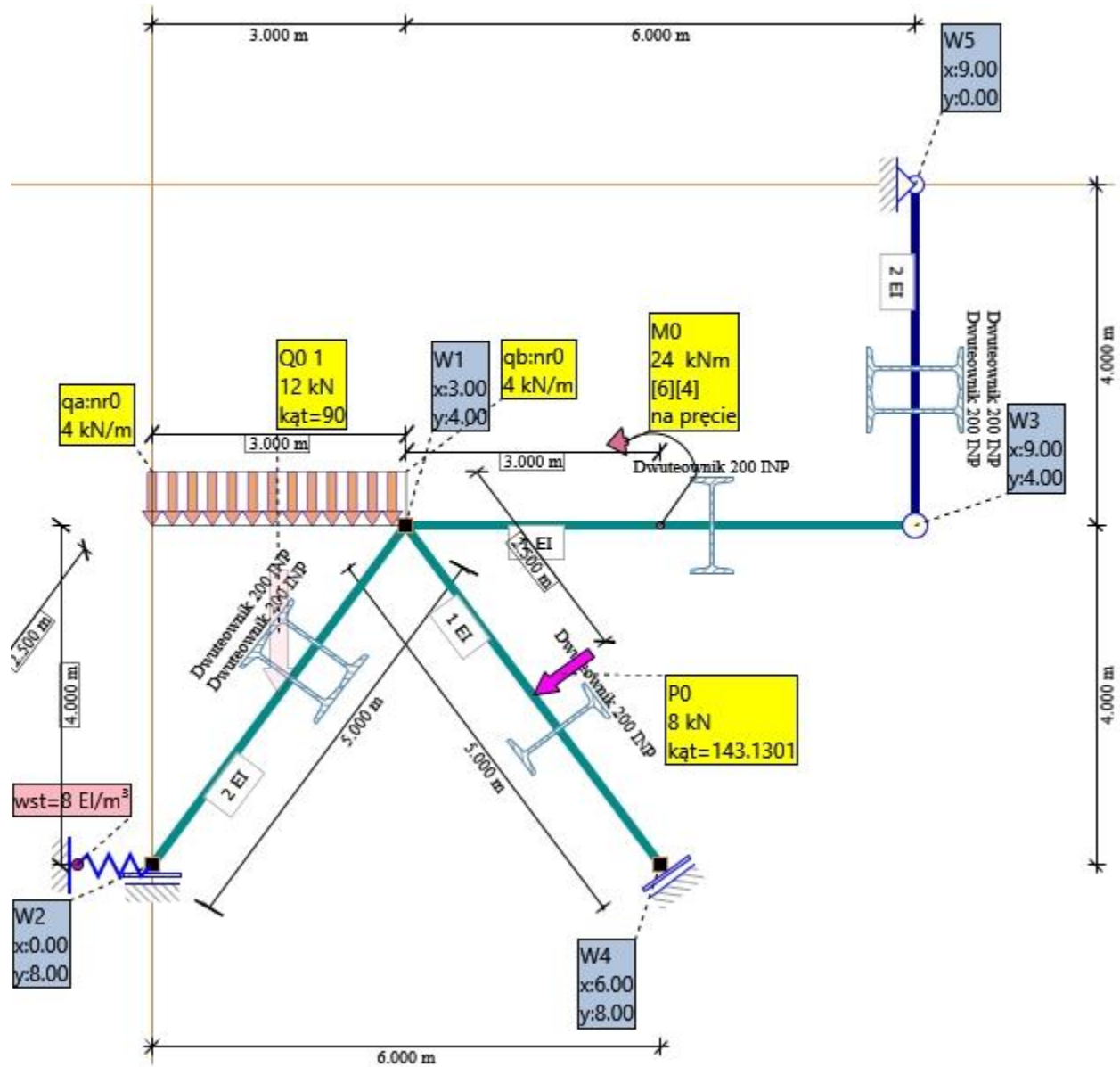
węzeł 5  $x=[9.000][\text{m}]$ ,  $y=[0.000][\text{m}]$



Przyjęto przekrój podstawowy:  $I = 2140[\text{cm}^4]$   $E = 205[\text{GPa}]$

Globalne  $EI = 4387[\text{kNm}^2]$

Globalne  $EA = 684700[\text{kN}]$



Rys. Schemat układu Profile

## 2. Ustalenie stopnia kinematycznej niewyznaczalności układu SKN

Węzły o nieznanach obrotach:

$$\varphi = 1 = \text{węzły - podporowe - przeguby}$$



Przemieszczenia nieznanne:

$$\Delta = 2$$

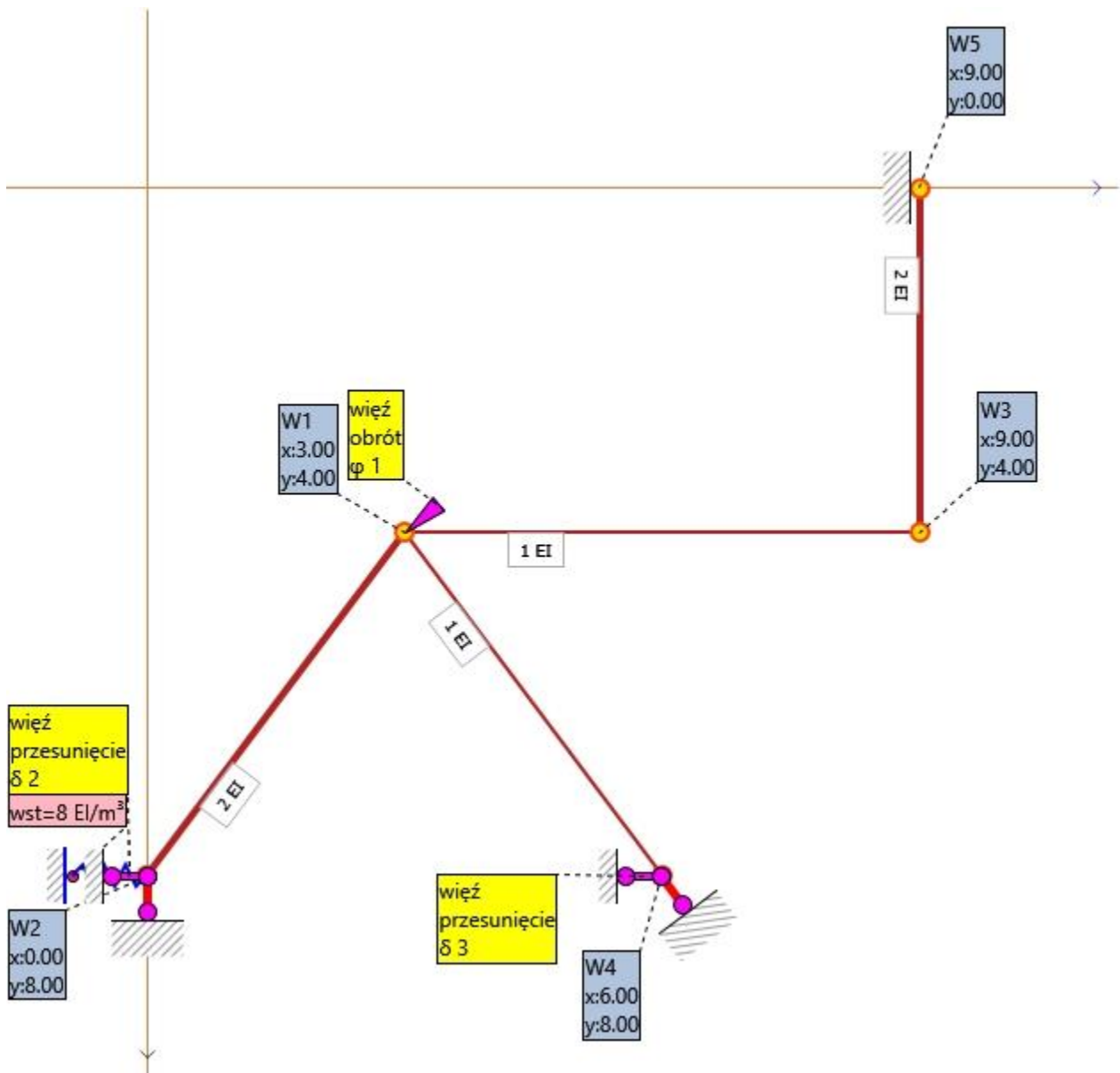
$$SKN = \varphi + \Delta = 3$$

Układ jest: 3 krotnie kinematycznie niewyznaczalny

### 3. Przyjęcie układu podstawowego

Układ równań kanonicznych

$$\begin{bmatrix} r_{1-1} & r_{1-2} & r_{1-3} \\ r_{2-1} & r_{2-2} & r_{2-3} \\ r_{3-1} & r_{3-2} & r_{3-3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi & 1 \\ \delta & 2 \\ \delta & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$





Rys. Układ podstawowy metody przemieszczeń

4. Obliczenie zależności kątowych obrotu cięć prętów układu potrzebnych do wyznaczenia macierzy sztywności dla stanu Stan  $\delta 2 \Delta=1$

Wybieram węzeł przesuwany 2

Węzeł przemieści się wtedy o  $dx= 1.000$   $dz= 0.000$

$$dx = -\Delta \cdot \sin\beta = -1 \cdot (-1) = 1$$

$$dz = -\Delta \cdot \cos\beta = -1 \cdot 0 = 0$$

Przyjęte przemieszczenie i kąt podstawiam do łańcuchów kinematycznych, jako wiadome

łańcuch obliczany: 2-1 1-4

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{2-1} \cdot (3 - 0) + \Psi_{1-4} \cdot (6 - 3) = (0) \\ \rightarrow \Psi_{2-1} \cdot (8 - 4) + \Psi_{1-4} \cdot (4 - 8) = (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{2-1} \cdot 3 + \Psi_{1-4} \cdot 3 = (0) \\ \rightarrow \Psi_{2-1} \cdot 4 + \Psi_{1-4} \cdot (-4) = (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{2-1} \cdot 3 + \Psi_{1-4} \cdot 3 = (0) \\ \rightarrow \Psi_{2-1} \cdot 4 + \Psi_{1-4} \cdot (-4) = (-1) \end{cases}$$

Po obliczeniu równania

$$\Psi_{2-1} = (-0.125) \frac{\bar{1}}{m}$$

$$\Psi_{1-4} = 0.125 \frac{\bar{1}}{m}$$

łańcuch obliczany: 2-1 1-3 3-5

$$\begin{cases} \downarrow (3 - 0) \cdot (-0.125) + \Psi_{1-3} \cdot (9 - 3) + \Psi_{3-5} \cdot (9 - 9) = (0) \\ \rightarrow (8 - 4) \cdot (-0.125) + \Psi_{1-3} \cdot (4 - 4) + \Psi_{3-5} \cdot (4 - 0) = (-1) \end{cases}$$

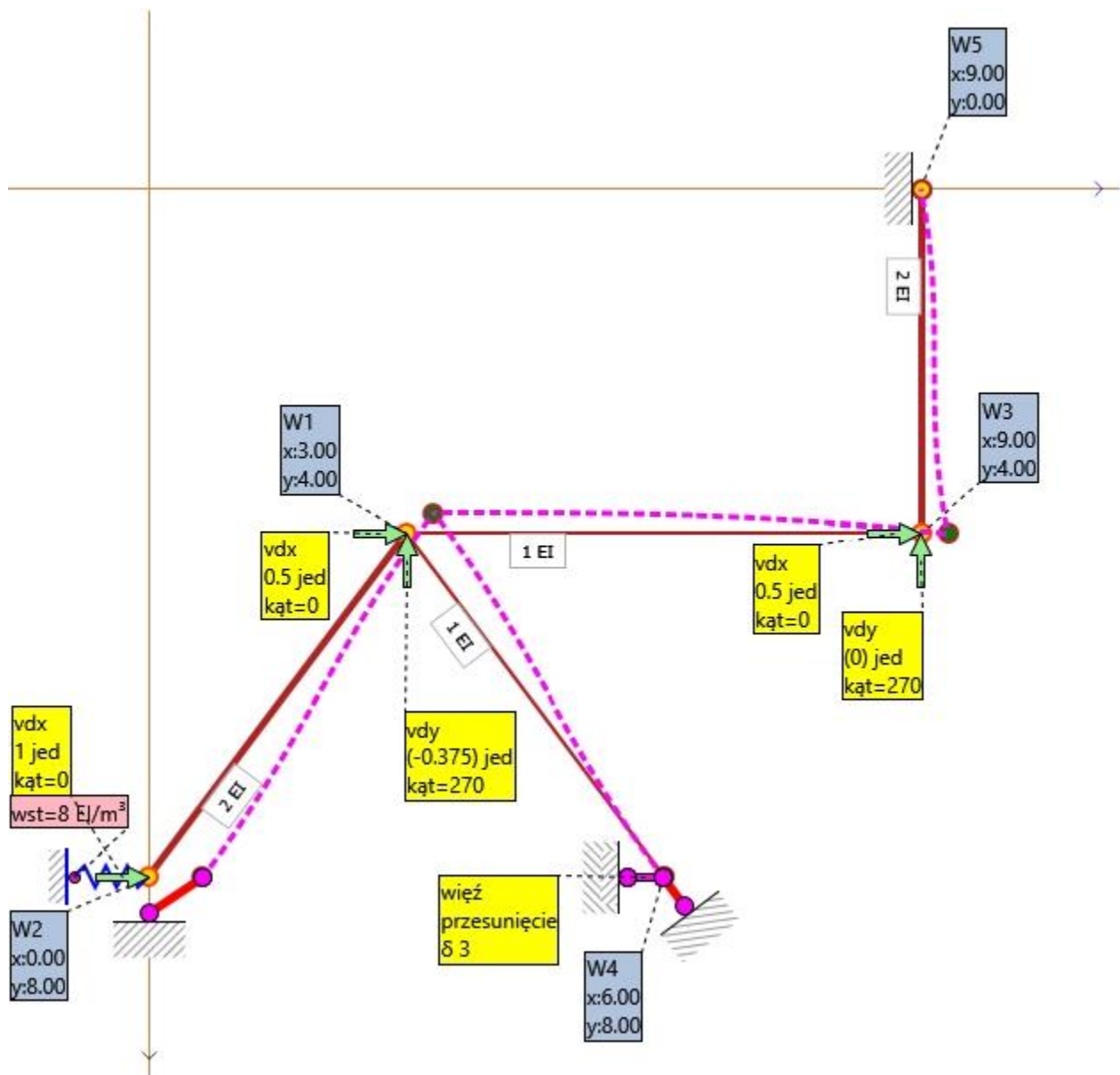
$$\begin{cases} \downarrow 3 \cdot (-0.125) + \Psi_{1-3} \cdot 6 + \Psi_{3-5} \cdot 0 = (0) \\ \rightarrow 4 \cdot (-0.125) + \Psi_{1-3} \cdot 0 + \Psi_{3-5} \cdot 4 = (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow (-0.375) + \Psi_{1-3} \cdot 6 + \Psi_{3-5} \cdot 0 = (0) \\ \rightarrow (-0.5) + \Psi_{1-3} \cdot 0 + \Psi_{3-5} \cdot 4 = (-1) \end{cases}$$

Po obliczeniu równania

$$\Psi_{1-3} = 0.0625 \frac{\bar{1}}{m}$$

$$\Psi_{3-5} = (-0.125) \frac{\bar{1}}{m}$$

Rys. Łańcuch kinematyczny Stan  $\delta 2 \Delta=1$ 5. Stan  $\delta 2$ 

$$M_{1-3} = -\frac{\Delta_{1-3} \cdot 3 \cdot EI}{L^2} = -\frac{0.375 \cdot 3 \cdot 1}{36} = (-0.03125) \frac{EI}{m^2}$$

$$M_{2-1} = -\frac{\Delta_{2-1} \cdot 6 \cdot EI}{L^2} = -\frac{(-0.625) \cdot 6 \cdot 2}{25} = 0.3 \frac{EI}{m^2}$$

$$M_{1-4} = -\frac{\Delta_{1-4} \cdot 6 \cdot EI}{L^2} = -\frac{0.625 \cdot 6 \cdot 1}{25} = (-0.15) \frac{EI}{m^2}$$

$$M_{5-3} = 0 \frac{EI}{m^2}$$

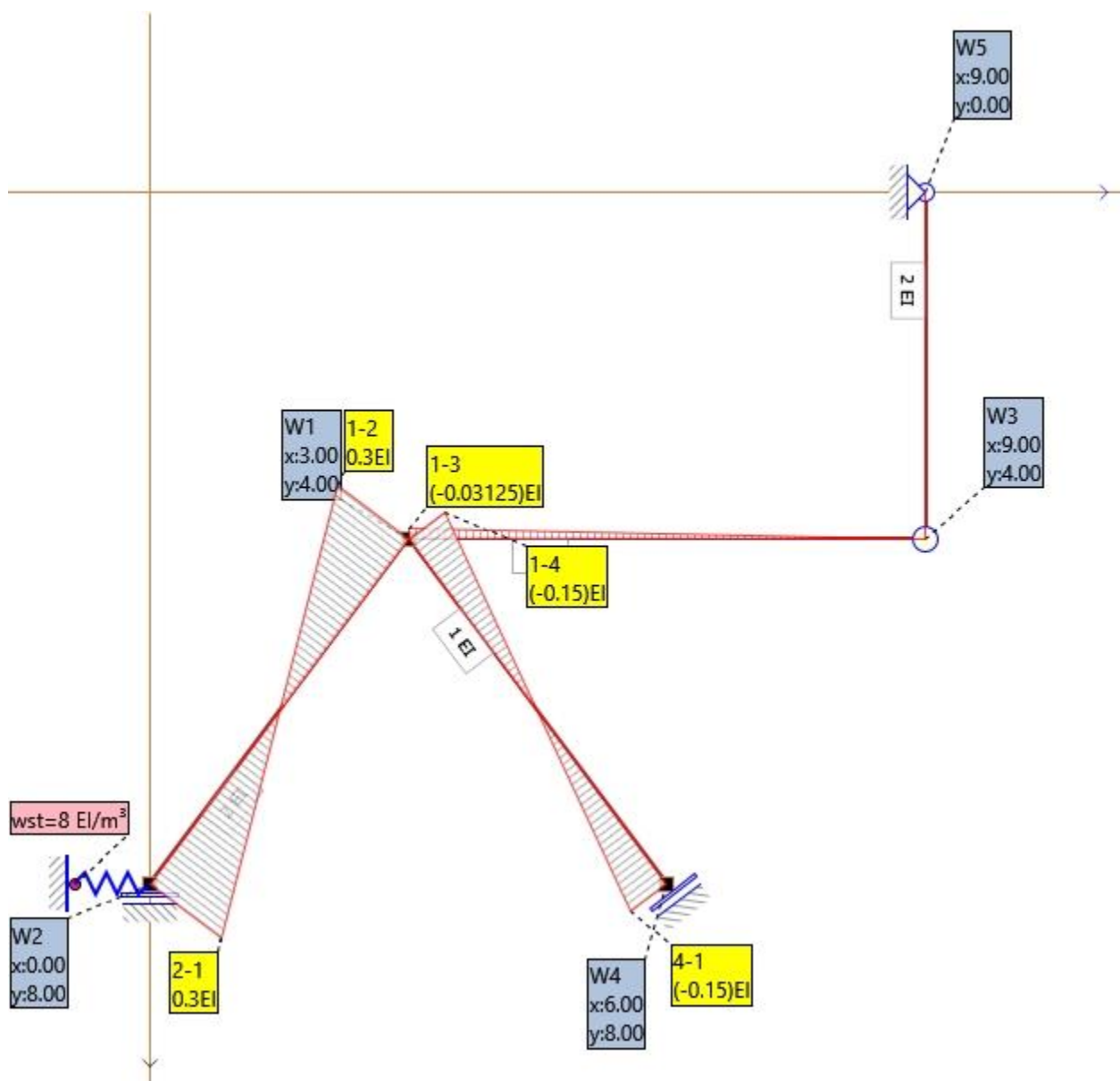


$$M_{3-1} = 0 \frac{EI}{m^2}$$

$$M_{1-2} = -\frac{\Delta_{2-1} \cdot 6 \cdot EI}{L^2} = -\frac{(-0.625) \cdot 6 \cdot 2}{25} = 0.3 \frac{EI}{m^2}$$

$$M_{4-1} = -\frac{\Delta_{1-4} \cdot 6 \cdot EI}{L^2} = -\frac{0.625 \cdot 6 \cdot 1}{25} = (-0.15) \frac{EI}{m^2}$$

$$M_{3-5} = 0 \frac{EI}{m^2}$$

Rys. Stan  $\delta_2$ 

6. Obliczenie zależności kątowych obrotu cięwi prętów układu potrzebnych do wyznaczenia macierzy sztywności dla stanu Stan  $\delta_3 \Delta=1$



Wybieram węzeł przesuwany 4

Węzeł przemieści się wtedy o  $dx = 0.800$   $dz = -0.600$

$$dx = -\Delta \cdot \sin\beta = -0.8 \cdot (-0.8) = 0.8$$

$$dz = -\Delta \cdot \cos\beta = -0.8 \cdot (-0.6) = (-0.6)$$

Przyjęte przemieszczenie i kąt podstawiam do łańcuchów kinematycznych, jako wiadome

.....  
łańcuch obliczany: 1-2

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{1-2} \cdot (0 - 3) = 0 \\ \rightarrow \Psi_{1-2} \cdot (4 - 8) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{1-2} \cdot (-3) = 0 \\ \rightarrow \Psi_{1-2} \cdot (-4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{1-2} \cdot (-3) = 0 \\ \rightarrow \Psi_{1-2} \cdot (-4) = 0 \end{cases}$$

Po obliczeniu równania

$$\Psi_{1-2} = 0 \frac{\bar{1}}{m}$$

.....  
łańcuch obliczany: 1-4

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{1-4} \cdot (6 - 3) = (-0.6) \\ \rightarrow \Psi_{1-4} \cdot (4 - 8) = 0.8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{1-4} \cdot 3 = (-0.6) \\ \rightarrow \Psi_{1-4} \cdot (-4) = 0.8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{1-4} \cdot 3 = (-0.6) \\ \rightarrow \Psi_{1-4} \cdot (-4) = 0.8 \end{cases}$$

Po obliczeniu równania

$$\Psi_{1-4} = (-0.2) \frac{\bar{1}}{m}$$

.....  
łańcuch obliczany: 3-5

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{3-5} \cdot (9 - 9) = 0 \\ \rightarrow \Psi_{3-5} \cdot (4 - 0) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{3-5} \cdot 0 = 0 \\ \rightarrow \Psi_{3-5} \cdot 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow \Psi_{3-5} \cdot 0 = 0 \\ \rightarrow \Psi_{3-5} \cdot 4 = 0 \end{cases}$$



Po obliczeniu równania

$$\psi_{3-5} = 0 \frac{\bar{1}}{m}$$

---

łańcuch obliczany: 1-3 3-5

$$\begin{cases} \downarrow \psi_{1-3} \cdot (9 - 3) = 0 \\ \rightarrow \psi_{1-3} \cdot (4 - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \downarrow \psi_{1-3} \cdot 6 = 0 \\ \rightarrow \psi_{1-3} \cdot 0 = 0 \end{cases}$$

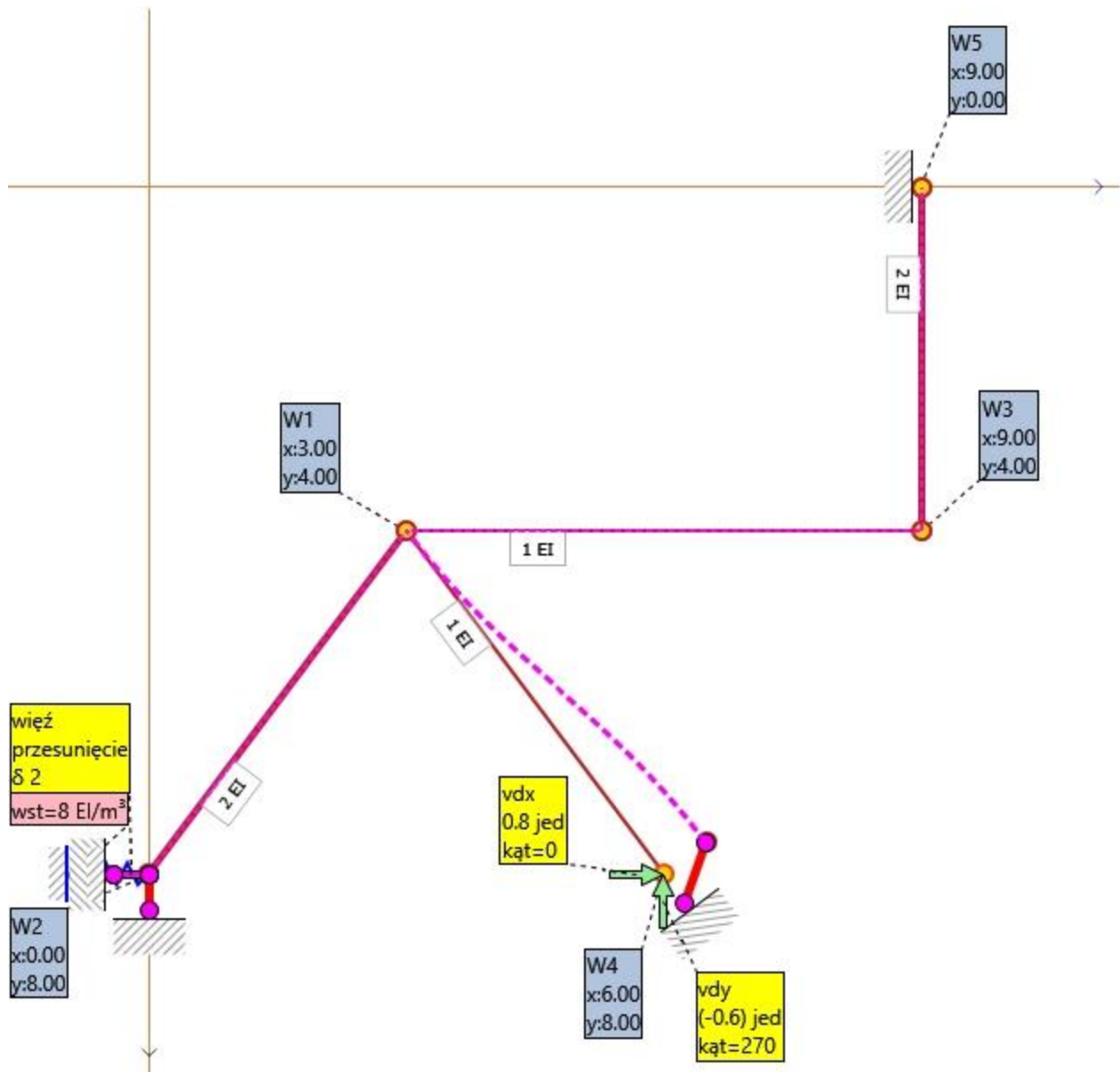
$$\begin{cases} \downarrow \psi_{1-3} \cdot 6 = 0 \\ \rightarrow \psi_{1-3} \cdot 0 = 0 \end{cases}$$

Po obliczeniu równania

$$\psi_{1-3} = 0 \frac{\bar{1}}{m}$$

---



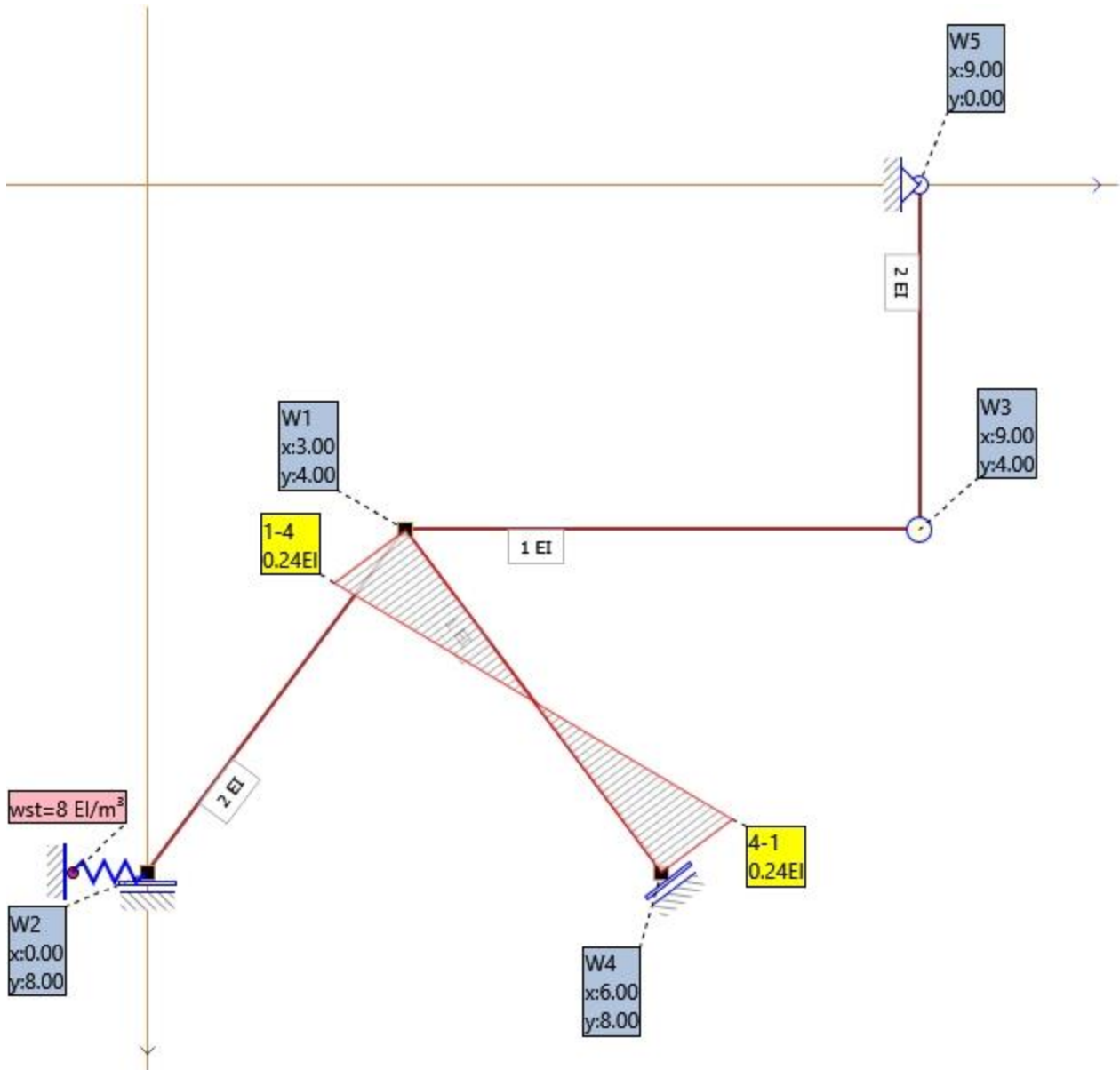


Rys. łańcuch kinematyczny Stan  $\delta_3 \Delta=1$

7. Stan  $\delta_3$

$$M_{1-4} = -\frac{\Delta_{1-4} \cdot 6 \cdot EI}{L^2} = -\frac{(-1) \cdot 6 \cdot 1}{25} = 0.24 \frac{EI}{m^2}$$

$$M_{4-1} = -\frac{\Delta_{1-4} \cdot 6 \cdot EI}{L^2} = -\frac{(-1) \cdot 6 \cdot 1}{25} = 0.24 \frac{EI}{m^2}$$



Rys. Stan  $\delta_3$

8. Stan  $\phi_1$

$$M_{1-3} = \frac{3 \cdot EI}{L} = \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \frac{EI}{m}$$

$$M_{1-2} = \frac{4 \cdot EI}{L} = \frac{4 \cdot 2}{5} = 1.6 \frac{EI}{m}$$

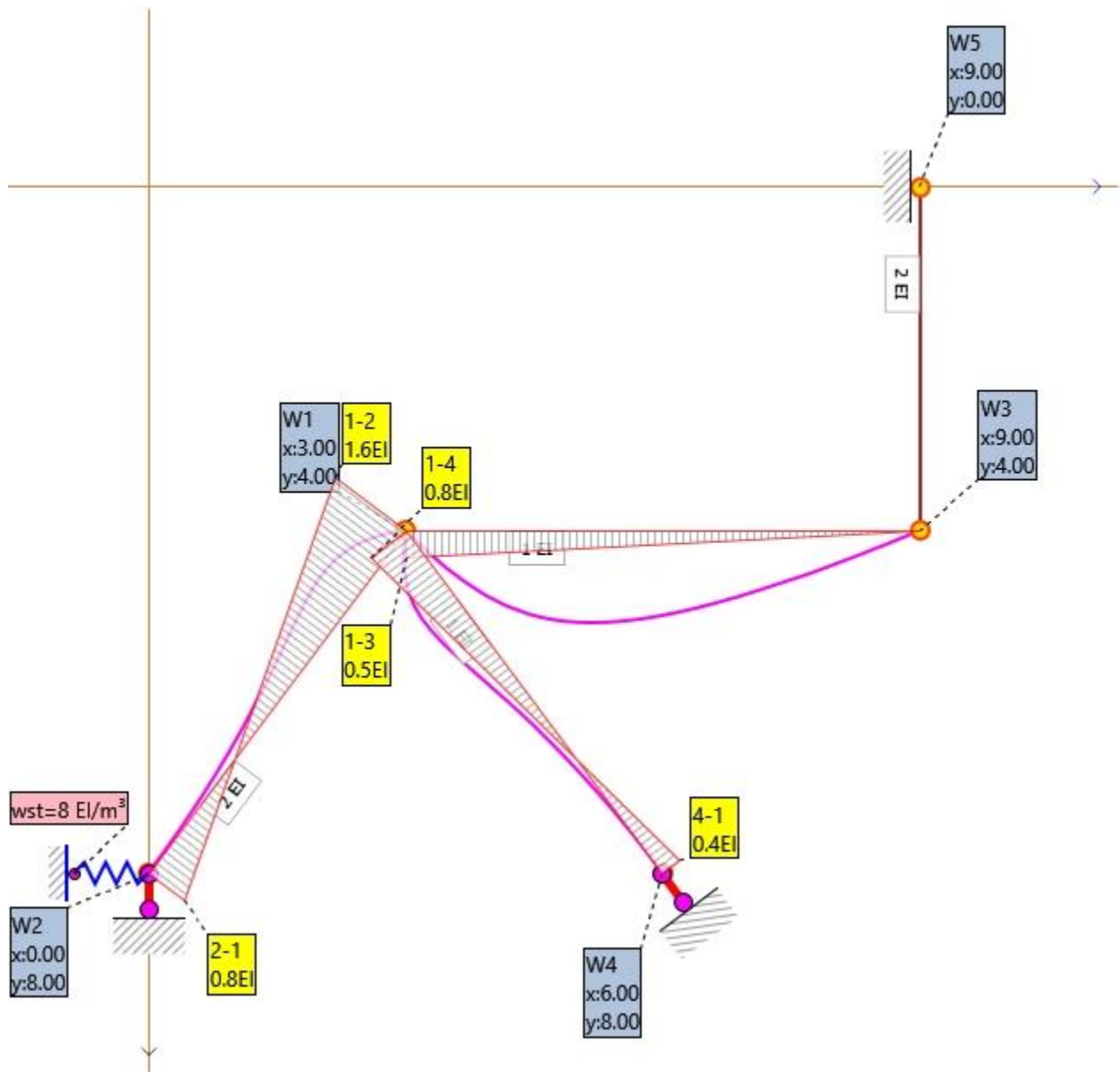
$$M_{1-4} = \frac{4 \cdot EI}{L} = \frac{4 \cdot 1}{5} = 0.8 \frac{EI}{m}$$

$$M_{3-1} = 0 \frac{EI}{m}$$



$$M_{2-1} = \frac{2 \cdot EI}{L} = \frac{2 \cdot 2}{5} = 0.8 \frac{EI}{m}$$

$$M_{4-1} = \frac{2 \cdot EI}{L} = \frac{2 \cdot 1}{5} = 0.4 \frac{EI}{m}$$



Rys. Stan  $\phi_1$

9. Stan P - obciążenie mpq

M pręt = 1-3

$$M_{1-3} = \frac{(-24)}{2} \cdot \left(1 - 3 \left(\frac{3}{6}\right)^2\right) = (-3) \text{ kNm}$$

$$M_{3-1} = 0 \text{ kNm}$$



q pręt = 2-1

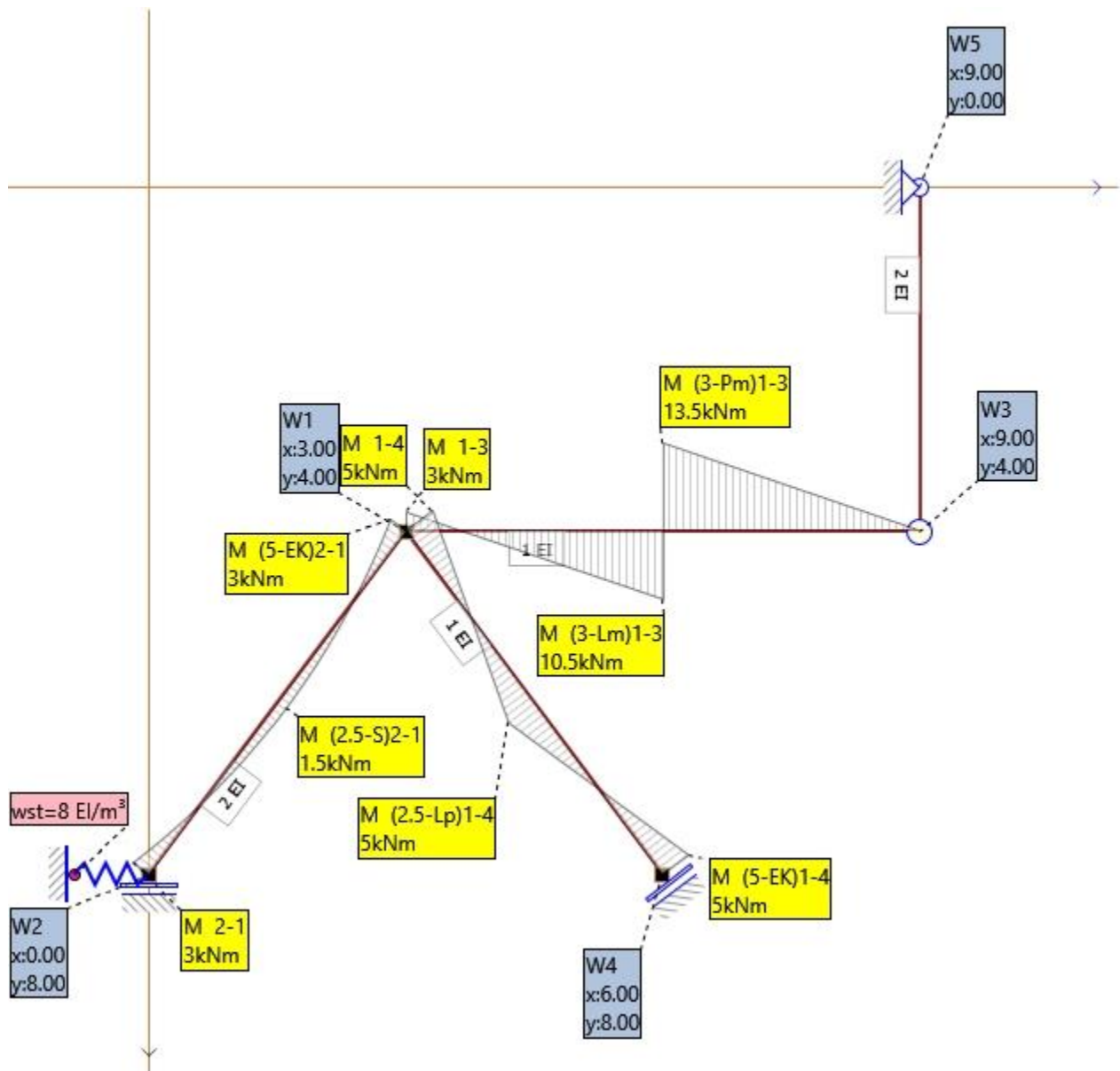
$$M_{2-1} = -\frac{1.44 \cdot 5}{12 \cdot 5^2} \left( (4 \cdot 5^2 - 5^2)(2 \cdot 2.5 - 2.5) - 4(2 \cdot 2.5^3 - 2.5^3) \right) = (-3) \text{ kNm}$$

$$M_{1-2} = \frac{1.44 \cdot 5}{12 \cdot 5^2} \left( (4 \cdot 5^2 - 5^2)(2 \cdot 2.5 - 2.5) - 4(2 \cdot 2.5^3 - 2.5^3) \right) = 3 \text{ kNm}$$

P pręt = 1-4

$$M_{1-4} = -\frac{8 \cdot 2.5 \cdot 2.5^2}{5^2} = (-5) \text{ kNm}$$

$$M_{4-1} = \frac{8 \cdot 2.5 \cdot 2.5^2}{5^2} = 5 \text{ kNm}$$



Rys. Stan P



## 10. Współczynniki Macierzy Sztywności i Wyrazów Wolnych

$$r_{1-1} = \sum_j M_{1j}^1 + k_1^0$$

$$r_{1-1} = 0.5 \frac{EI}{m} + 1.6 \frac{EI}{m} + 0.8 \frac{EI}{m} = 2.9 \frac{EI}{m}$$

$$r_{1-2} = \sum_j M_{1-j}^2$$

$$r_{1-2} = (-0.03125) \frac{EI}{m^2} + 0.3 \frac{EI}{m^2} + (-0.15) \frac{EI}{m^2} = 0.1187 \frac{EI}{m^2}$$

$$r_{1-3} = \sum_j M_{1-j}^3$$

$$r_{1-3} = 0.24 \frac{EI}{m^2} = 0.24 \frac{EI}{m^2}$$

$$r_{2-2} = -\sum_{ij} (M_{ij}^2 + M_{ji}^2) \cdot \Psi_{ij}^2 + \sum_s k_s^\delta \cdot \delta_s^2 \cdot \delta_s^2$$

$$r_{2-2} = -((-0.03125) + 0) \cdot 0.0625 \frac{EI}{m^2} - (0.3 + 0.3) \cdot (-0.125) \frac{EI}{m^2} - ((-0.15) + (-0.15)) \cdot 0.125 \frac{EI}{m^2} - (0 + 0) \cdot (-0.125) \frac{EI}{m^2} + 8 \cdot 1 \cdot 1 \frac{EI}{m^2} = 8.1144 \frac{EI}{m^2}$$

$$r_{2-3} = -\sum_{ij} (M_{ij}^3 + M_{ji}^3) \cdot \Psi_{ij}^2 + \sum_s k_s^\delta \cdot \delta_s^2 \cdot \delta_s^3$$

$$r_{2-3} = -(0.24 + 0.24) \cdot 0.125 \frac{EI}{m^3} + 8 \cdot 1 \cdot 0 \frac{EI}{m^3} = (-0.06) \frac{EI}{m^3}$$

$$r_{2-1} = -\sum_{ij} (M_{ij}^1 + M_{ji}^1) \cdot \Psi_{ij}^2$$

$$r_{2-1} = -(0.5 + 0) \cdot 0.0625 \frac{EI}{m^2} - (0.8 + 1.6) \cdot (-0.125) \frac{EI}{m^2} - (0.8 + 0.4) \cdot 0.125 \frac{EI}{m^2} = 0.1187 \frac{EI}{m^2}$$

$$r_{3-3} = -\sum_{ij} (M_{ij}^3 + M_{ji}^3) \cdot \Psi_{ij}^3 + \sum_s k_s^\delta \cdot \delta_s^3 \cdot \delta_s^3$$

$$r_{3-3} = -(0.24 + 0.24) \cdot (-0.2) \frac{EI}{m^2} + 8 \cdot 0 \cdot 0 \frac{EI}{m^2} = 0.096 \frac{EI}{m^2}$$

$$r_{3-2} = -\sum_{ij} (M_{ij}^2 + M_{ji}^2) \cdot \Psi_{ij}^3 + \sum_s k_s^\delta \cdot \delta_s^3 \cdot \delta_s^2$$

$$r_{3-2} = -((-0.15) + (-0.15)) \cdot (-0.2) \frac{EI}{m^3} + 8 \cdot 0 \cdot 1 \frac{EI}{m^3} = (-0.06) \frac{EI}{m^3}$$

$$r_{3-1} = -\sum_{ij} (M_{ij}^1 + M_{ji}^1) \cdot \Psi_{ij}^3$$

$$r_{3-1} = -(0.5 + 0) \cdot 0 \frac{EI}{m^2} - (0.8 + 1.6) \cdot 0 \frac{EI}{m^2} - (0.8 + 0.4) \cdot (-0.2) \frac{EI}{m^2} = 0.24 \frac{EI}{m^2}$$

$$r_{1-P} = \sum_j M_{1j}^P - M_1^P$$

$$r_{1-P} = (-3) + 3 + (-5) = (-5) \text{ kNm}$$

$$r_{2-P} = -\sum_{ij} (M_{ij}^P + M_{ji}^P) \cdot \Psi_{ij}^2 + \sum_P P_p \cdot \delta_P^2$$

$$r_{2-P} = ((-3) + 0) \cdot 0.0625 + ((-3) + 3) \cdot (-0.125) + ((-5) + 5) \cdot 0.125 + (-24) \cdot 0.0625 + 0 \cdot 0.75 + 12 \cdot (-0.1875) + (-6.4) \cdot 0.25 + 4.8 \cdot (-0.1875) = 6.4375 \text{ kN}$$

$$r_{3-P} = -\sum_{ij} (M_{ij}^P + M_{ji}^P) \cdot \Psi_{ij}^3 + \sum_P P_p \cdot \delta_P^3$$



$$r_{3-p} = ((-5) + 5) \cdot (-0.2) + 0 \cdot 0 + 12 \cdot 0 + (-6.4) \cdot 0.4 + 4.8 \cdot (-0.3) = 4 \text{ kN}$$

### 11. Układ równań kanonicznych

$$\begin{bmatrix} 2.9 & 0.1187 & 0.24 \\ 0.1187 & 8.1144 & (-0.06) \\ 0.24 & (-0.06) & 0.096 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 6.4375 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Po rozwiązaniu układu otrzymano:

$$\varphi_1 = 6.6769 \dots \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^2}{\text{EI}}$$

$$\delta_2 = (-1.3287) \dots \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^3}{\text{EI}}$$

$$\delta_3 = (-59.1896) \dots \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^3}{\text{EI}}$$

### 12. Siły sprężyste translacyjne

$$w_{st_{2-0}} = 8 \cdot (-1.3287) \cdot 1 \text{ kN} + 8 \cdot (-59.1896) \cdot 0 \text{ kN} = (-10.6296) \text{ kN}$$

### 13. Obliczenie Momentów przywęzłowych

Zgodnie ze wzorem:

$$M_{ik} = M_{ik}^0 + M_{ik}^1 \cdot \varphi_1 + M_{ik}^2 \cdot \delta_2 + M_{ik}^3 \cdot \delta_3$$

$$M_{ki} = M_{ki}^0 + M_{ki}^1 \cdot \varphi_1 + M_{ki}^2 \cdot \delta_2 + M_{ki}^3 \cdot \delta_3$$

$$M_{1-3} = 0.5 \cdot 6.6769 + (-0.03125) \cdot (-1.3287) + (-3) \cdot 1 = 0.3800 \text{ kNm}$$

$$M_{3-1} = 0 \cdot 6.6769 + 0 \cdot (-1.3287) + 0 \cdot 1 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{2-1} = 0.8 \cdot 6.6769 + 0.3 \cdot (-1.3287) + (-3) \cdot 1 = 1.9429 \text{ kNm}$$

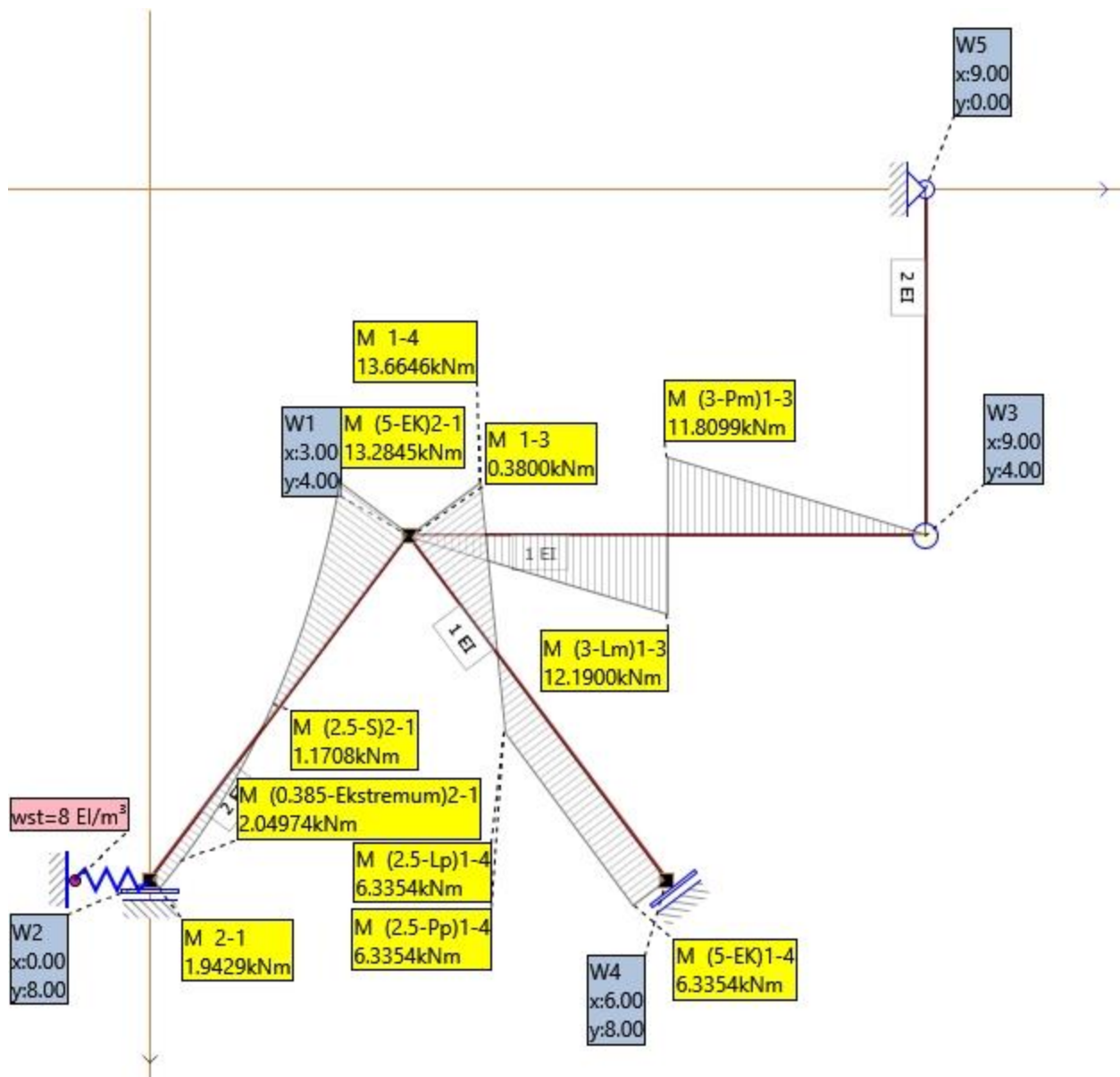
$$M_{1-2} = 1.6 \cdot 6.6769 + 0.3 \cdot (-1.3287) + 3 \cdot 1 = 13.2845 \text{ kNm}$$

$$M_{1-4} = 0.8 \cdot 6.6769 + (-0.15) \cdot (-1.3287) + 0.24 \cdot (-59.1896) + (-5) \cdot 1 = (-13.6646) \text{ kNm}$$

$$M_{4-1} = 0.4 \cdot 6.6769 + (-0.15) \cdot (-1.3287) + 0.24 \cdot (-59.1896) + 5 \cdot 1 = (-6.3353) \text{ kNm}$$

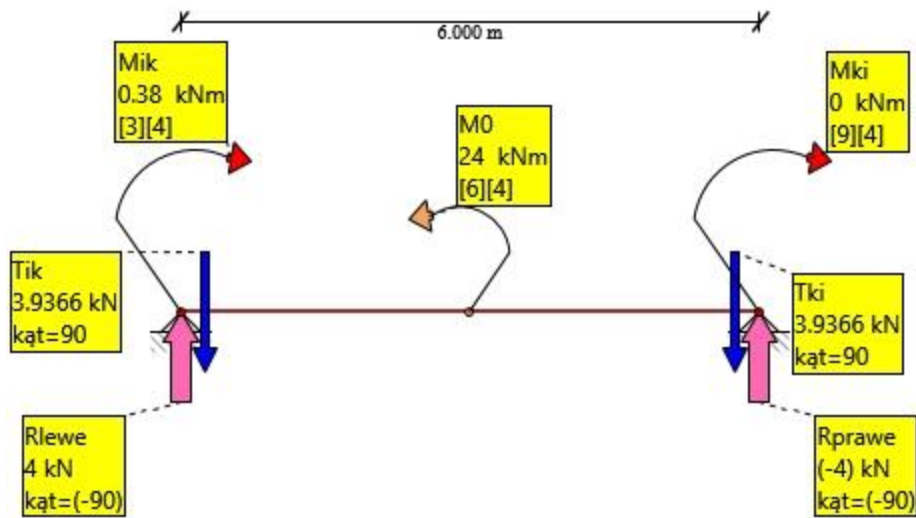
$$M_{5-3} = 0 \cdot (-1.3287) = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{3-5} = 0 \cdot (-1.3287) = 0 \text{ kNm}$$



Rys. Wykres M MetorAll

#### 14. Obliczenie Sił Tnących

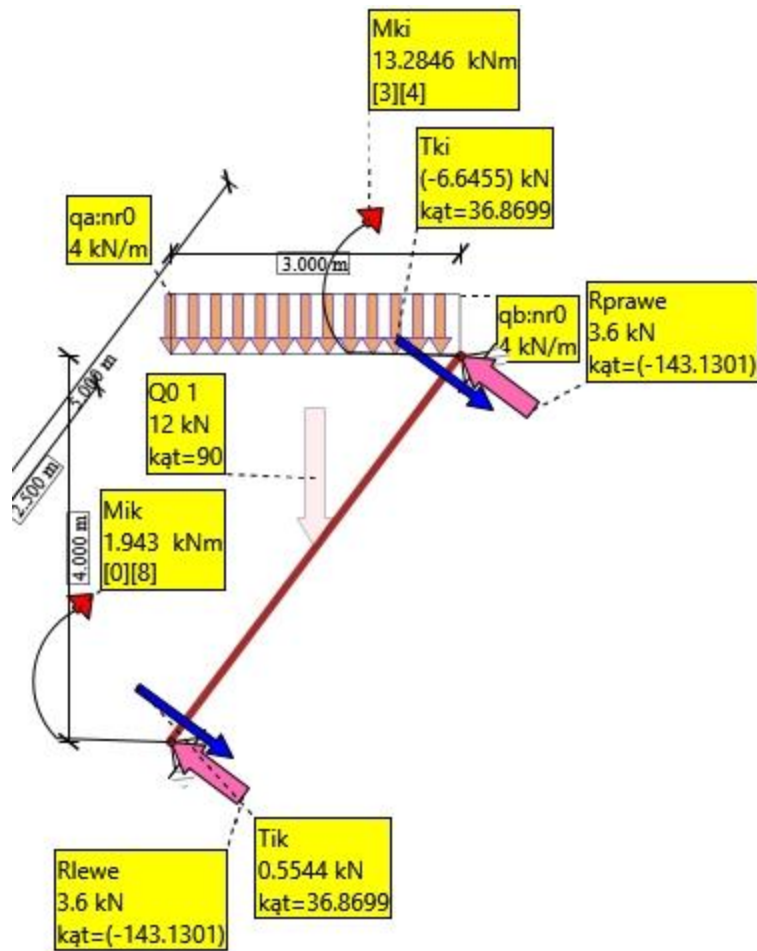


Rys. Siły Tnące 1-3

$$T_{1-3} = \frac{(-0.3800)+0}{6} - (-4) = 3.9366 \text{ kN}$$

$$T_{3-1} = \frac{(-0.3800)+0}{6} + 4 = 3.9366 \text{ kN}$$

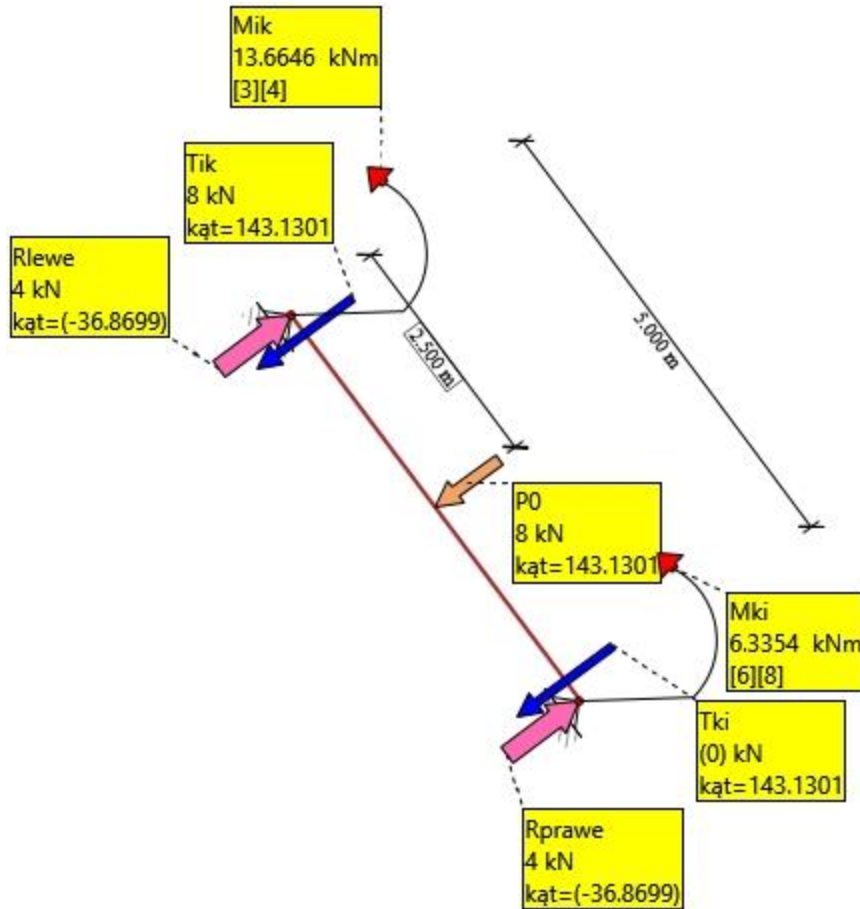




Rys. Sily Tnce 2-1

$$T_{2-1} = \frac{(-1.9429) + (-13.2845)}{5} - (-3.6) = 0.5544 \text{ kN}$$

$$T_{1-2} = \frac{(-1.9429) + (-13.2845)}{5} + (-3.6) = (-6.6455) \text{ kN}$$

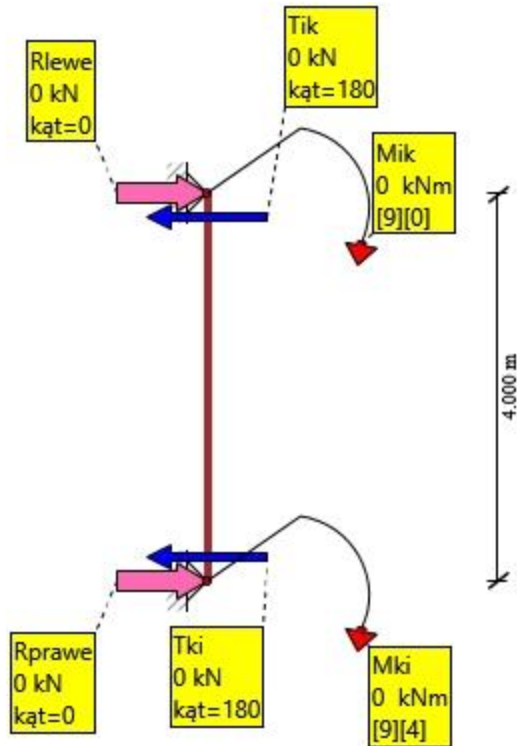


Rys. Siły Tnące 1-4

$$T_{1-4} = \frac{13.6646+6.3353}{5} - (-4) = 8 \text{ kN}$$

$$T_{4-1} = \frac{13.6646+6.3353}{5} + (-4) = (0) \text{ kN}$$

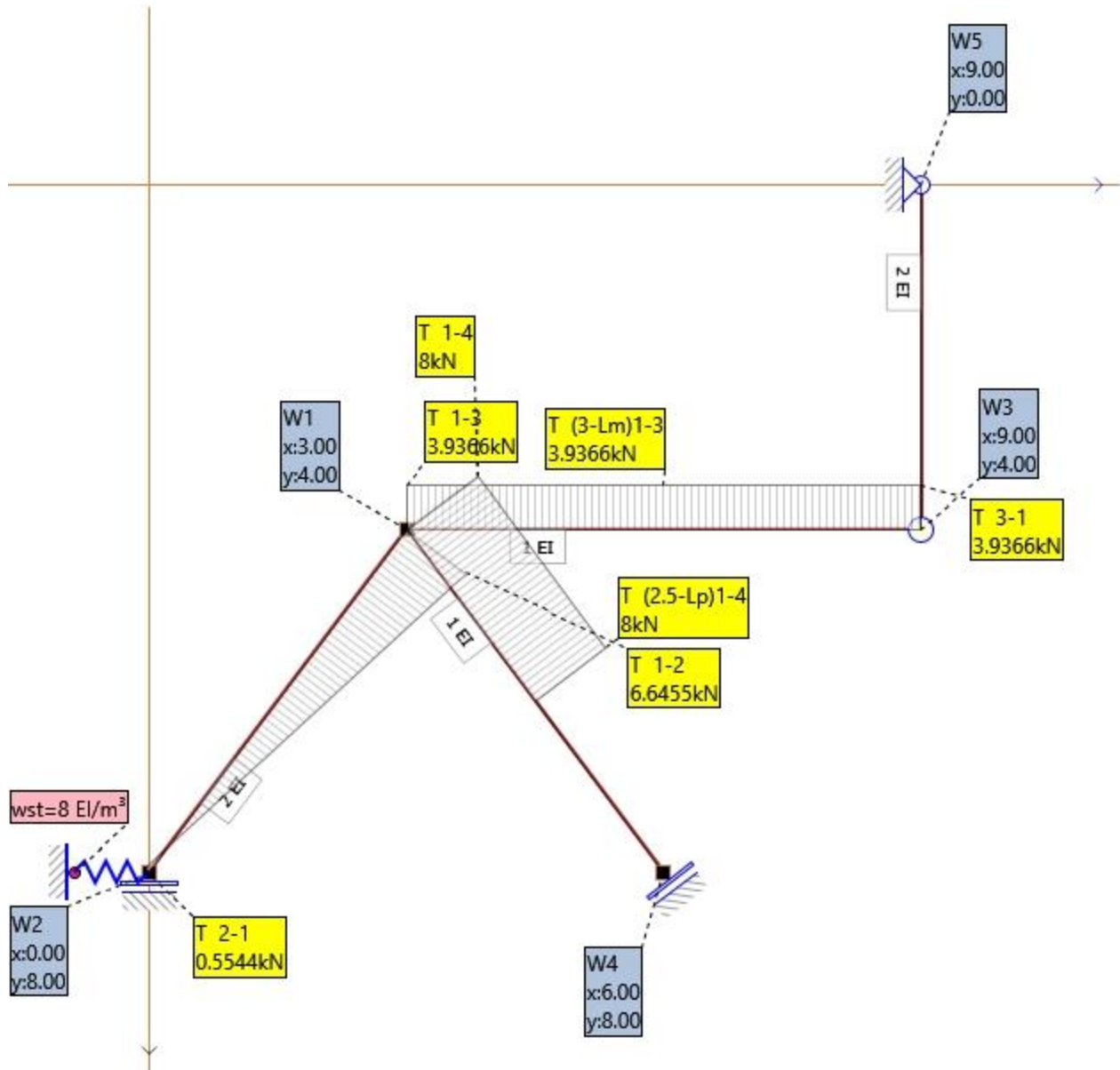
---



Rys. Siły Tnące 5-3

$$T_{5-3} = \frac{0+0}{4} - 0 = 0 \text{ kN}$$

$$T_{3-5} = \frac{0+0}{4} + 0 = 0 \text{ kN}$$



Rys. Wykres T MetorAll

### 15. Obliczenie sił Normalnych

Aby Węzeł był w równowadze to suma jego składowych sił i reakcji rzutowana na oś X i oś Y musi być równa zero

$$\Sigma S_x + \Sigma R_x + \Sigma P_x = 0$$

$$\Sigma S_y + \Sigma R_y + \Sigma P_y = 0$$

$\Sigma S_x$  To suma sił prętowych rzutowana na oś X w Węźle

$\Sigma R_x$  To suma reakcji podporowych rzutowana na oś X w Węźle - jeżeli istnieje

$\Sigma P_x$  To suma oddziaływania zewnętrznego rzutowana na oś X w Węźle - jeżeli jest przyłożona



$\Sigma S_y$  To suma sił prętowych rzutowana na oś Y w Węźle

$\Sigma R_y$  To suma reakcji podporowych rzutowana na oś Y w Węźle - jeżeli istnieje

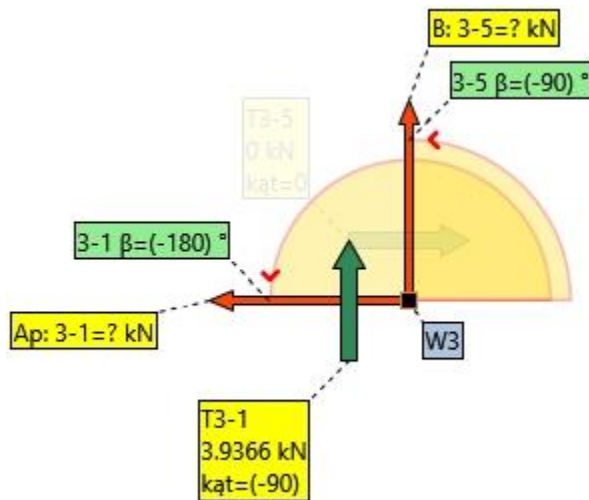
$\Sigma P_y$  To suma oddziaływania zewnętrznego rzutowana na oś Y w Węźle - jeżeli jest przyłożona

Obliczenia rozpoczynamy od Węzła, dla którego liczba niewiadomych sił w Prętach jest  $\leq 2$

Elementy szukane oznaczono kolorem czerwonym.

Elementy zerowe są przedstawione w tle rysunku.

Wybrano Węzeł =3



Do policzenia  $N_{3-1}$   $\beta = (-180)$

Do policzenia  $N_{3-5}$   $\beta = (-90)$

Rzutowanie na oś X

$$N_{3-1} \cdot \cos((-180)) + N_{3-5} \cdot \cos((-90)) = 0$$

$$N_{3-1} \cdot (-1) + N_{3-5} \cdot 0 = 0$$

$$N_{3-1} \cdot (-1) = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$N_{3-1} \cdot \sin((-180)) + N_{3-5} \cdot \sin((-90)) + 3.9366 \cdot \sin((-90)) = 0$$

$$N_{3-1} \cdot (0) + N_{3-5} \cdot (-1) + 3.9366 \cdot (-1) = 0$$

$$N_{3-5} \cdot (-1) + (-3.9366) = 0$$

Układ równań

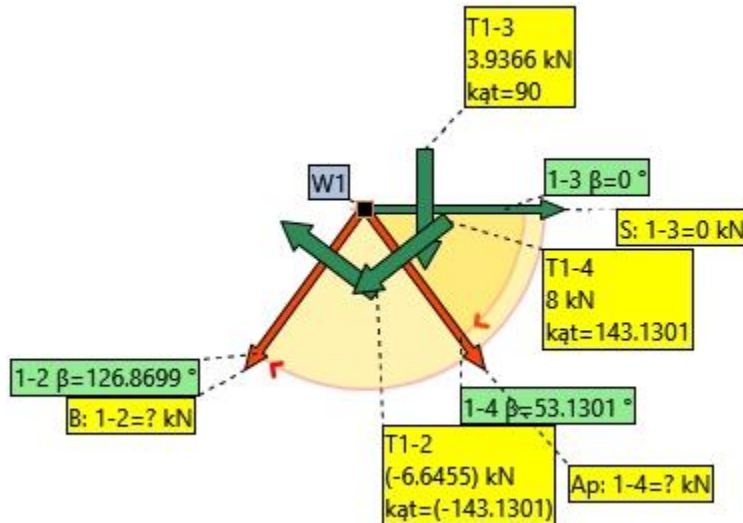
$$\begin{cases} N_{3-1} \cdot (-1) = 0 \\ N_{3-5} \cdot (-1) + (-3.9366) = 0 \end{cases}$$



wyliczono  $N_{3-1} = 0$  kN

wyliczono  $N_{3-5} = (-3.9366)$  kN

Wybrano Węzeł =1



Do policzenia  $N_{1-2}$   $\beta = 126.8699$

Do policzenia  $N_{1-4}$   $\beta = 53.1301$

policzone  $N_{1-3} = 0$   $\beta = 0$

Rzutowanie na oś X

$$N_{1-2} \cdot \cos(126.8699) + N_{1-4} \cdot \cos(53.1301) + (-6.6455) \cdot \cos((-143.1301)) + 8 \cdot \cos(143.1301) = 0$$

$$N_{1-2} \cdot (-0.6) + N_{1-4} \cdot 0.6 + (-6.6455) \cdot (-0.8) + 8 \cdot (-0.8) = 0$$

$$N_{1-2} \cdot (-0.6) + N_{1-4} \cdot 0.6 + 5.3164 + (-6.4) = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$N_{1-2} \cdot \sin(126.8699) + N_{1-4} \cdot \sin(53.1301) + 3.9366 \cdot \sin(90) + (-6.6455) \cdot \sin((-143.1301)) + 8 \cdot \sin(143.1301) = 0$$

$$N_{1-2} \cdot 0.8 + N_{1-4} \cdot 0.8 + 3.9366 \cdot 1 + (-6.6455) \cdot (-0.6) + 8 \cdot 0.6 = 0$$

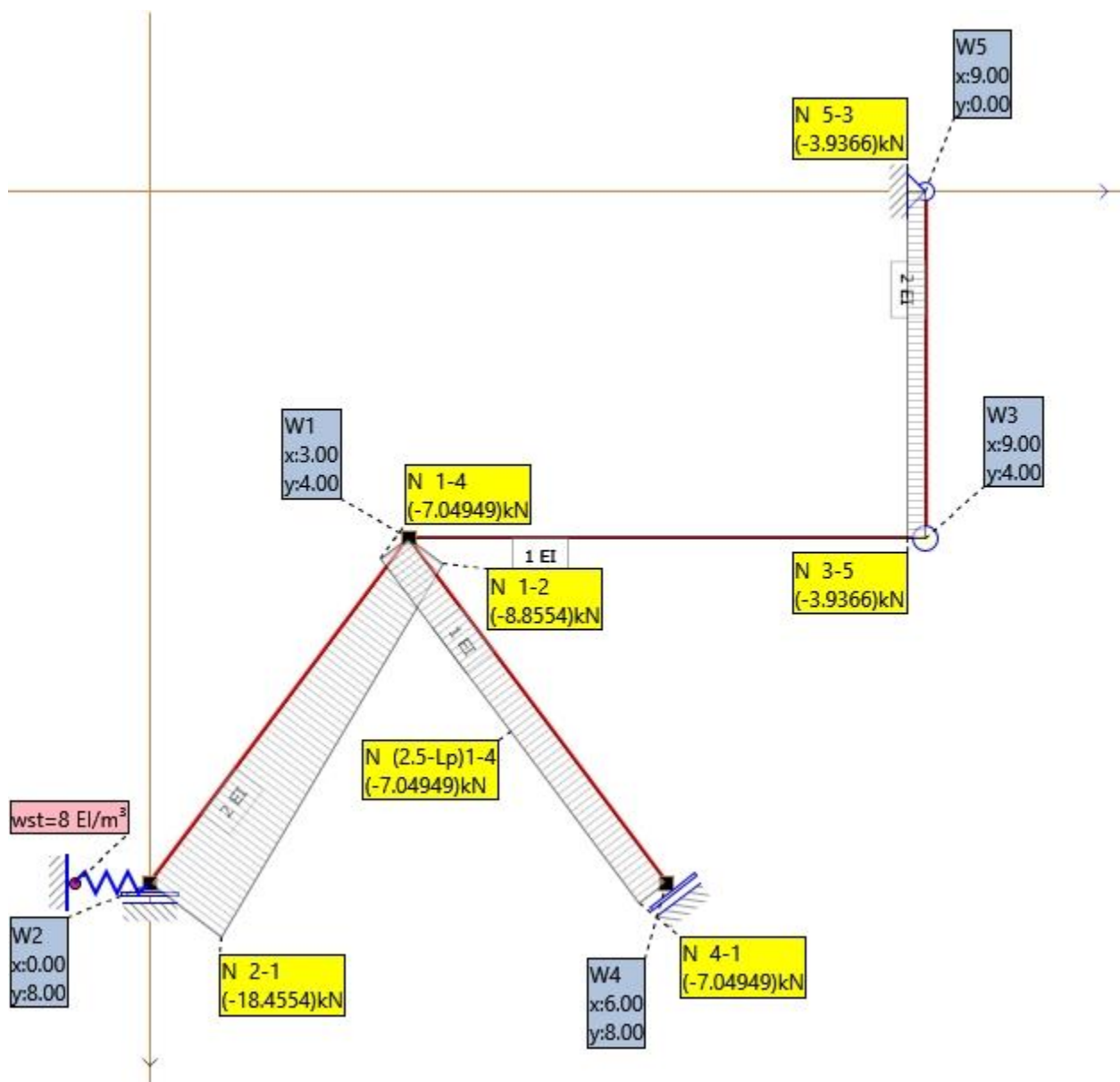
$$N_{1-2} \cdot 0.8 + N_{1-4} \cdot 0.8 + 3.9366 + 3.9873 + 4.8 = 0$$

Układ równań

$$\begin{cases} N_{1-2} \cdot (-0.6) + N_{1-4} \cdot 0.6 + (-1.08359) = 0 \\ N_{1-2} \cdot 0.8 + N_{1-4} \cdot 0.8 + 12.7239 = 0 \end{cases}$$

wyliczono  $N_{1-2} = (-8.8554)$  kN

wyliczono  $N_{1-4} = (-7.04949)$  kN



Rys. Wykres N MeteorAll

## 16. Obliczenie Reakcji Podporowych

Aby Węzeł był w równowadze to suma jego składowych sił i reakcji rzutowana na oś X i oś Y musi być równa zero

$$\Sigma S_x + \Sigma R_x + \Sigma P_x = 0$$

$$\Sigma S_y + \Sigma R_y + \Sigma P_y = 0$$

$\Sigma S_x$  To suma sił prętowych rzutowana na oś X w Węźle

$\Sigma R_x$  To suma reakcji podporowych rzutowana na oś X w Węźle - jeżeli jest istnieje



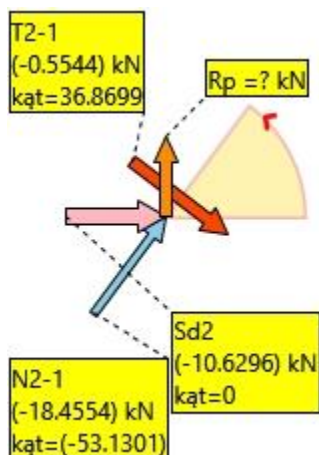
$\Sigma P_x$  To suma oddziaływania zewnętrznego rzutowana na oś X w Węźle - jeżeli jest przyłożona

$\Sigma S_y$  To suma sił prętowych rzutowana na oś Y w Węźle

$\Sigma R_y$  To suma reakcji podporowych rzutowana na oś Y w Węźle - jeżeli jest istnieje

$\Sigma P_y$  To suma oddziaływania zewnętrznego rzutowana na oś Y w Węźle - jeżeli jest przyłożona

Wybrano Węzeł =2



Do policzenia  $R_{p_2}$   $\beta = (-90)$

policzone  $S_{2-1} = (-18.4554)$   $\beta = (-53.1301)$

Rzutowanie na oś X

$$R_{p_2} \cdot \cos((-90)) + 0.5544 \cdot \cos(36.8699) + (-18.4554) \cdot \cos((-53.1301)) + (-10.6296) \cdot \cos(0) = 0$$

$$R_{p_2} \cdot 0 + 0.5544 \cdot 0.8 + (-18.4554) \cdot 0.6 + (-10.6296) \cdot 1 = 0$$

$$0.4435 + (-11.07328) + (-10.6296) = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$R_{p_2} \cdot \sin((-90)) + 0.5544 \cdot \sin(36.8699) + (-18.4554) \cdot \sin((-53.1301)) = 0$$

$$R_{p_2} \cdot (-1) + 0.5544 \cdot 0.6 + (-18.4554) \cdot (-0.8) = 0$$

$$R_{p_2} \cdot (-1) + 0.3326 + 14.7643 = 0$$

Równanie X

$$= 0$$

Równanie Y

$$R_{p_2} \cdot (-1) + 15.09707 = 0$$



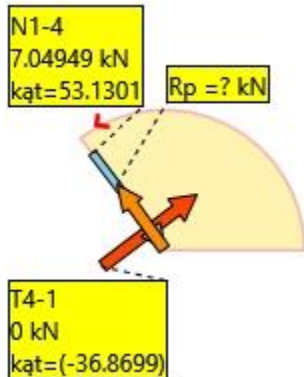


wyliczono  $R_{p_2} = 15.09707 \text{ kN}$

---

---

Wybrano Węzeł =4



Do policzenia  $R_{p_4} \beta = 233.1301$

policzone  $S_{4-1} = (-7.04949) \beta = (-126.8699)$

Rzutowanie na oś X

$$R_{p_4} \cdot \cos(233.1301) + 7.04949 \cdot \cos(53.1301) = 0$$

$$R_{p_4} \cdot (-0.6) + 7.04949 \cdot 0.6 = 0$$

$$R_{p_4} \cdot (-0.6) + 4.2296 = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$R_{p_4} \cdot \sin(233.1301) + 7.04949 \cdot \sin(53.1301) = 0$$

$$R_{p_4} \cdot (-0.8) + 7.04949 \cdot 0.8 = 0$$

$$R_{p_4} \cdot (-0.8) + 5.6395 = 0$$

Równanie X

$$R_{p_4} \cdot (-0.6) + 4.2296 = 0$$

Równanie Y

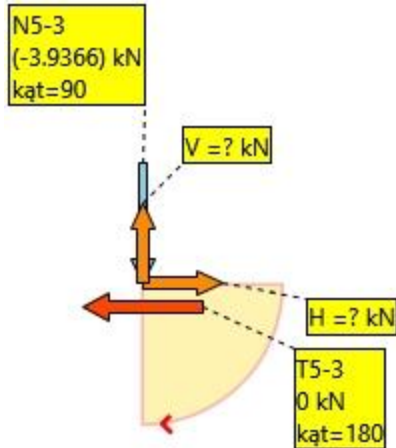
$$R_{p_4} \cdot (-0.8) + 5.6395 = 0$$

wyliczono  $R_{p_4} = 7.04949 \text{ kN}$

---

---

Wybrano Węzeł =5



Do policzenia  $H_5 \beta = 0$

Do policzenia  $V_5 \beta = (-90)$

policzone  $S_{5-3} = (-3.9366) \beta = 90$

Rzutowanie na oś X

$$H_5 \cdot \cos(0) + V_5 \cdot \cos((-90)) = 0$$

$$H_5 \cdot 1 + V_5 \cdot 0 = 0$$

$$H_5 \cdot 1 = 0$$

Rzutowanie na oś Y

$$H_5 \cdot \sin(0) + V_5 \cdot \sin((-90)) + (-3.9366) \cdot \sin(90) = 0$$

$$H_5 \cdot 0 + V_5 \cdot (-1) + (-3.9366) \cdot 1 = 0$$

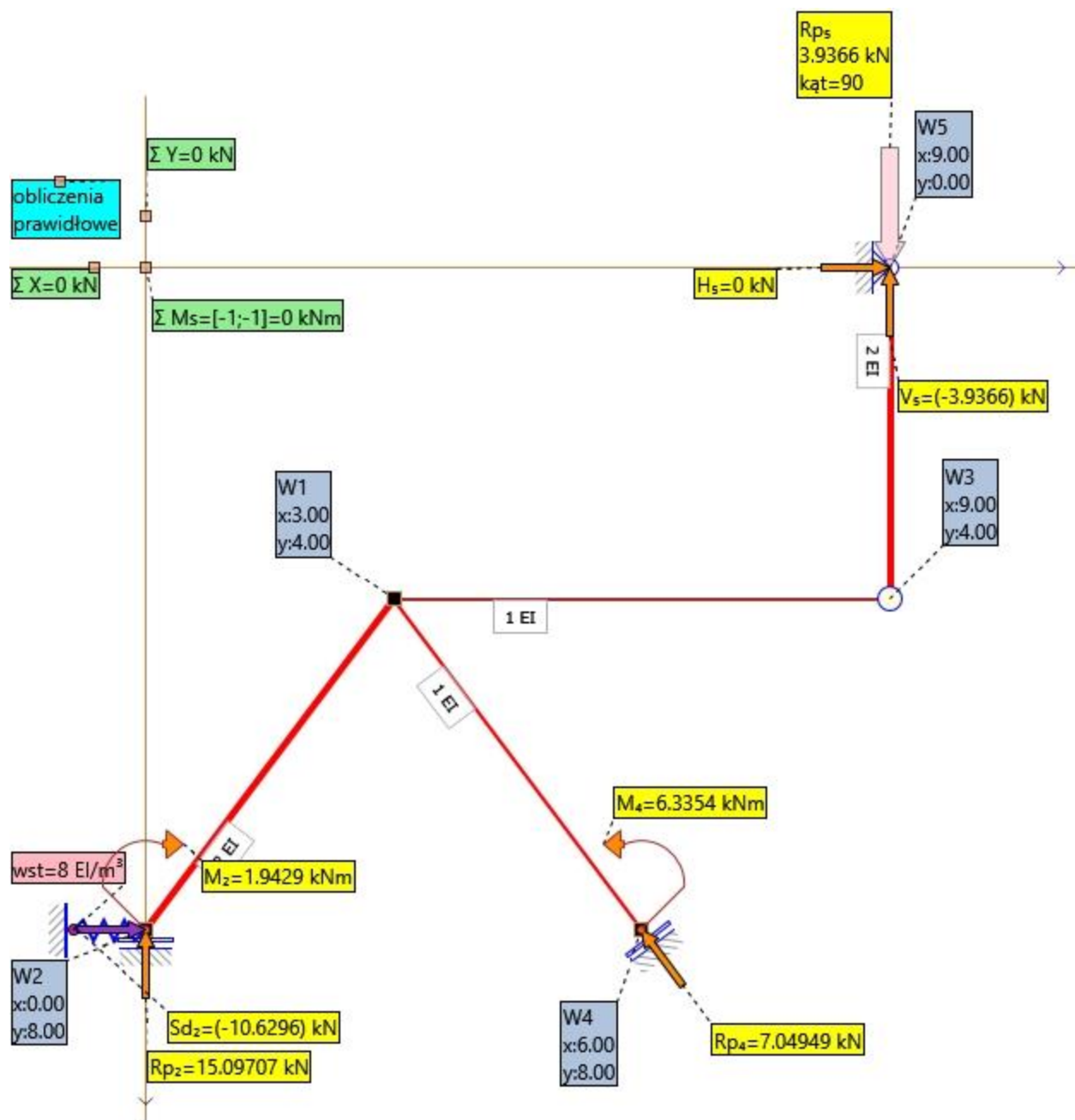
$$V_5 \cdot (-1) + (-3.9366) = 0$$

Układ równań

$$\begin{cases} H_5 \cdot 1 = 0 \\ V_5 \cdot (-1) + (-3.9366) = 0 \end{cases}$$

wyliczono  $H_5 = 0$  kN

wyliczono  $V_5 = (-3.9366)$  kN



Rys. Reakcje podporowe obliczone MetorAll

### 17. Sprawdzenie Reakcji Podporowych Moment

Sprawdzenia poprawności wyznaczenia reakcji podporowych dokonamy w punkcie  $[(-1); (-1)]$  układzie XY

Punkt musi być tak dobrany, aby wszystkie siły i reakcje brały udział w obliczaniu Sumy Momentów

W punkcie tym Suma Momentów od wszystkich sił i reakcji powinna wynosić  $M=0$



$$\Sigma M = V_5 \cdot (9 - (-1)) + R_{p_2} \cdot (0 - (-1)) \cdot \sin((-90)) + M_2 \cdot + R_{p_4} \cdot (6 - (-1)) \cdot \sin(233.1301) + R_{p_4} \cdot ((-1) - 8) \cdot \cos(233.1301) + M_4 \cdot + S_{d_2} \cdot ((-1) - 8) \cdot \cos(0) + P_0 \cdot (4.5 - (-1)) \cdot \sin(143.1301) + P_0 \cdot ((-1) - 6) \cdot \cos(143.1301) + Q_{0y} \cdot (1.5 - (-1)) \cdot \sin(90) + M_0 = 0$$

$$\Sigma M = 3.9366 \cdot 10 + 15.09707 \cdot 1 \cdot (-1) + 1.9429 + 7.04949 \cdot 7 \cdot (-0.8) + 7.04949 \cdot (-9) \cdot (-0.6) + (-6.3354) + (-10.6296) \cdot (-9) \cdot 1 + 8 \cdot 5.5 \cdot 0.6 + 8 \cdot (-7) \cdot (-0.8) + 12 \cdot 2.5 \cdot 1 + (-24) = 0$$

$$\Sigma M = 3.9366 \cdot 10 + 15.09707 \cdot (-1) + 1.9429 + 7.04949 \cdot (-5.6) + 7.04949 \cdot 5.4 + (-6.3354) + (-10.6296) \cdot (-9) + 8 \cdot 3.3 + 8 \cdot 5.6 + 12 \cdot 2.5 + (-24) = 0$$

$$\Sigma M = 39.3666 + (-15.09707) + 1.9429 + (-39.4771) + 38.06725 + (-6.3354) + 95.6672 + 26.4 + 44.8 + 30 + (-24) = 0$$

$$\Sigma M = 0.0000009 \text{ kNm}$$

#### 18. Sprawdzenie Reakcji Podporowych Rzut X

$$\Sigma X = 7.04949 \cdot \cos(233.1301) + (-10.6296) \cdot \cos(0) + 8 \cdot \cos(143.1301) = 0$$

$$\Sigma X = 7.04949 \cdot (-0.6) + (-10.6296) \cdot 1 + 8 \cdot (-0.8) = 0$$

$$\Sigma X = (-4.2296) + (-10.6296) + (-6.4) = 0$$

$$\Sigma X = (-0.0000001) \text{ kN}$$

#### 19. Sprawdzenie Reakcji Podporowych Rzut Y

$$\Sigma Y = 3.9366 + 15.09707 \cdot \sin((-90)) + 7.04949 \cdot \sin(233.1301) + 8 \cdot \sin(143.1301) + 12 = 0$$

$$\Sigma Y = 3.9366 + 15.09707 \cdot (-1) + 7.04949 \cdot (-0.8) + 8 \cdot 0.6 + 12 = 0$$

$$\Sigma Y = 3.9366 + (-15.09707) + (-5.6395) + 4.8 + 12 = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \text{ kN}$$

#### 20. Ocena Wyników Obliczeń

Z uwagi na spełnione warunki:

$$\Sigma M = 0.0, \Sigma X = 0.0, \Sigma Y = 0.0$$

Ocena: obliczenia prawidłowe

WpFMeTor & MeTor Copyright © 2015 Euron Artificial Intelligence-2019 ver.1.0.7069.32207

Wydruk wygenerowany w programie MeTor

2019 Rectan